

Berechnung der Volumenanteile zweier Metalle an einer Legierung

Definition 1: Volumenanteile α der Komponenten an der Legierung

$$\alpha_1 = \frac{V_1}{V_L} \quad \wedge \quad \alpha_2 = \frac{V_2}{V_L} \quad \text{Volumenanteile } \alpha$$

→ $V_1 = V_L \alpha_1 \quad \wedge \quad V_2 = V_L \alpha_2$ Indizes 1 und 2: Komponenten der Legierung (1)
 Index L: Legierung

Ansatz 1: Das Gesamtvolumen ist mit der Summe der Einzelvolumina der Metalle identisch:

$$V_1 + V_2 = V_L \quad \text{Gesamtvolumen} \quad (2)$$

(1) wird in (2) eingesetzt:

(2) $V_1 + V_2 = V_L$ | $V_1 = \alpha_1 V_L$ | $V_2 = \alpha_2 V_L$ (1) in (2) eingesetzt

→ $\alpha_1 V_L + \alpha_2 V_L = V_L$ | $\div V_L$

→ $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$ (3)

Gleichung (3) besagt, dass die Volumenanteile der beiden Metall-Komponenten zusammen genau 1 = 100% ergeben.

Definition 2: Dichten der Komponenten

$$\rho_1 = \frac{m_1}{V_1} \quad \wedge \quad \rho_2 = \frac{m_2}{V_2} \quad \text{Dichten } \rho$$

→ $m_1 = \rho_1 V_1 \quad \wedge \quad m_2 = \rho_2 V_2$ (4)

Ansatz 2: Die Gesamtmasse ist mit der Summe der Einzelmassen der Metalle identisch:

$$m_1 + m_2 = m_L \quad \text{Gesamtmasse} \quad (5)$$

Gleichung (4) wird in (5) eingesetzt

→ $\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 = \rho_L V_L$ (6)

(1) in (6) eingesetzt

→ $\rho_1 V_L \alpha_1 + \rho_2 V_L \alpha_2 = \rho_L V_L$ | $\div V_L$

$$\rho_1 \alpha_1 + \rho_2 \alpha_2 = \rho_L \quad (7)$$

(3) und (7) bilden ein **lineares Gleichungssystem** mit 2 Gleichungen und 2 Unbekannten:

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 1 \quad (8)$$

und $\rho_1 \alpha_1 + \rho_2 \alpha_2 = \rho_L \quad (9)$

Dieses Gleichungssystem [Gleichungen (8) und (9)] muss nach den beiden gesuchten Größen α_1 und α_2 aufgelöst werden:

(8) → $\rho_1 \alpha_1 + \rho_1 \alpha_2 = \rho_1$ (10)

(9) – (10)

$$\rightarrow \alpha_2(\rho_2 - \rho_1) = \rho_L - \rho_1$$

$$\rightarrow \boxed{\alpha_2 = \frac{\rho_L - \rho_1}{\rho_2 - \rho_1}} \quad (11)$$

(11) in (8)

$$\rightarrow \alpha_1 + \frac{\rho_L - \rho_1}{\rho_2 - \rho_1} = 1 \quad \left| -\left(\frac{\rho_L - \rho_1}{\rho_2 - \rho_1}\right)\right.$$
$$\alpha_1 = 1 - \frac{\rho_L - \rho_1}{\rho_2 - \rho_1} = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 - \rho_1} - \frac{\rho_L - \rho_1}{\rho_2 - \rho_1} = \frac{(\rho_2 - \rho_1) - (\rho_L - \rho_1)}{\rho_2 - \rho_1}$$

$$\boxed{\alpha_1 = \frac{\rho_2 - \rho_L}{\rho_2 - \rho_1}} \quad (12)$$