Aufgaben:

1.) In einer Hochgeschwindigkeitszentrifuge wird ein Körper auf einer horizontal ausgerichteten Kreisbahn des Radius $r = 3,00\ m$ bewegt. Dabei bewegt sich dieser Körper mit einer Bahngeschwindigkeit von $v = 108\ km/h$. Der Einfluß der Erdbeschleunigung g auf die Bewegung dieses Körpers wird vernachlässigt.

1.1) Berechnen Sie die Frequenz f, die Kreisfrequenz ω sowie die Zeit T des Körpers, die dieser für eine volle Umdrehung benötigt. Geben Sie für alle gefragten Größen eine **allgemeine Gleichung** und die **numerischen Endwerte** an

1.2) Erklären Sie mit eigenen Worten und allgemein die Bedeutung der Winkelgeschwindigkeit ω, der Frequenz f, der Umlaufsdauer T und des Betrages v der Bahngeschwindigkeit $\vec{v}(t)$.

1.3) Um den Körper auf die Kreisbahn zu zwingen, ist eine Beschleunigung notwendig, die als Zentralbeschleunigung bzw. Zentripetalbeschleunigung $\vec{a}_Z(t)$ bezeichnet wird.

1.3.1) Tragen Sie in einem geeigneten Koordinatensystem die Bahnkurve des Körpers auf. Tragen Sie in diese Zeichnung für den Zeitpunkt $t_0 = 0,314\ s$ folgende Größen ein:

- den Drehwinkel $\varphi(t_0)$, den der Körper bis zum Zeitpunkt t_0 zurückgelegt hat.
- den Ortsvektor $\vec{r}(t_0)$
- den Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}(t_0)$
- den Zentralbeschleunigungsvektor $\vec{a}_Z(t_0)$

1.3.2) Berechnen Sie den Betrag a_Z der Zentralbeschleunigung $\vec{a}_Z(t)$ und vergleichen Sie diesen Wert mit dem der Erdbeschleunigung g.

1.3.3) Geben Sie unter Anwendung des Ergebnisses von Teilaufgabe 1.3.2 den Vektor $\vec{a}_Z(t)$ mit eingesetzten Werten und für **beliebige Zeiten** t an.

Musterlösung:

ad 1.1.: Ergebnisse:

$$v = \omega \cdot l \quad \mapsto \quad \omega = \frac{v}{l} = \frac{30,0\ \frac{m}{s}}{3,00\ m} = 10,0\ \frac{1}{s} \tag{1}$$

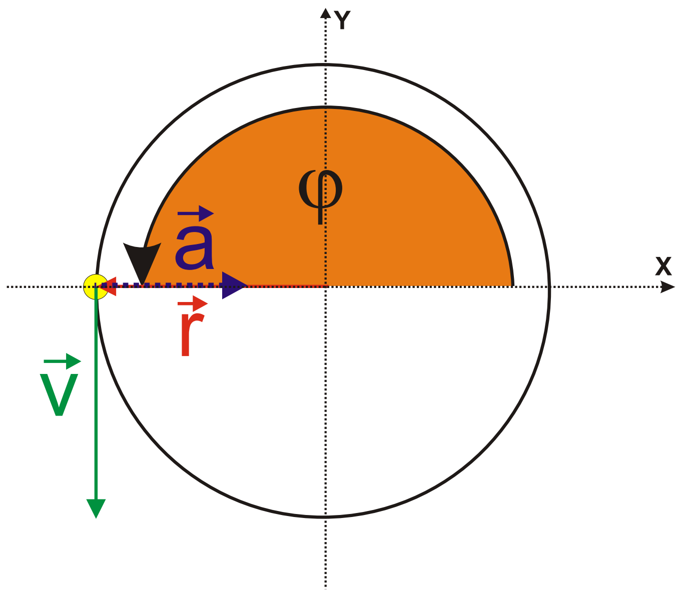
$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f \quad \mapsto \quad f = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} = \frac{v}{2 \cdot \pi \cdot l} = 1,59\ \frac{1}{s} \tag{2}$$

$$f = \frac{1}{T} \quad \mapsto \quad T = \frac{1}{f} = \frac{2 \cdot \pi \cdot l}{v} = 0,628\ s \tag{3}$$

ad 1.2.:

- Der **Betrag der Bahngeschwindigkeit** v gibt den Geschwindigkeitsbetrag des kreisbewegten Punktes, mit der sich dieser um den Mittelpunkte der Kreisbahn bewegt. **Wichtig:** Der Betrag der Bahngeschwindigeit bleibt konstant, es ändert sich "nur" die Richtung des Geschwindigkeitsvektors !
- Die **Umlaufdauer** T gibt an, welche Zeit der kreisbewegte Punkt für eine volle Kreisbahn benötigt.
- Die **Frequenz** f gibt an, wieviele Umdrehungen der kreisbewegte Punkt pro Sekunde zurücklegt. Beispiel: Bei $T = 2\ s$ legt der kreisbewegte Punkt je Sekunde $\frac{1}{2}$ Umdrehungen zurück, d.h. $f = \frac{1}{2}\ \frac{1}{s}$
- Die **Winkelgeschwindigkeit** ω gibt an, welchen Winkel – im Radianten – der kreisbewegte Punkt pro Sekunde zurücklegt. Beispiel: Bei einer halben Umdrehung pro Sekunde ($f = \frac{1}{2}\ \frac{1}{s}$) legt der kreisbewegte Punkt pro Sekunde einen Winkel von π (entsprechend 180°) zurück – nämlich gerade eine halbe Umdrehung.

ad 1.3.1: Zum Zeitpunkt $t = 0,314\ s$ legt der kreisbewegte Punkt einen Winkel von $\varphi = \omega \cdot t = 10,0\ \frac{1}{s} \cdot 0.314\ s = 3,14 \approx \frac{2 \cdot \pi}{2}$ zurück [ω siehe Gleichung (1)] zurück, d.h. er hat zu diesem Zeitpunkt eine halbe Umdrehung vollendet. Zeichnung:



ad 1.3.2.:

$$|\vec{a}_Z| = a_Z = \frac{v^2}{l} = \frac{900 \frac{m^2}{s^2}}{3,00\ m} = 300\ \frac{m}{s^2} \tag{4}$$

d.h. die Zentralbeschleunigung a_Z beträgt das $30,6$-fache der Erdbeschleunigung g.

ad 1.3.3.:

$$\vec{a}_Z = a_Z \cdot \begin{pmatrix} -Cos(\omega \cdot t) \\ -Sin(\omega \cdot t) \end{pmatrix} = -300\ \frac{m}{s^2} \cdot \begin{pmatrix} Cos(10,0\ \frac{1}{s} \cdot t) \\ Sin(10,0\ \frac{1}{s} \cdot t) \end{pmatrix} \tag{5}$$