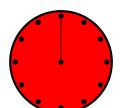


Aufgabe 04-16**Stöße: Elastische Stöße – 2**

1.0 Zwei Kugeln der Massen m_1 und m_2 rollen aufeinander zu und stoßen elastisch zusammen. Nach dem Stoß bleiben der Gesamtimpuls und die kinetische Energie der Kugel erhalten. Vor dem Stoß bewegen sich die Kugeln mit den Geschwindigkeiten v_1 und v_2 , nach dem Stoß mit den Geschwindigkeiten u_1 und u_2 .

1.1 Gegeben sind m_1 , m_2 , v_1 und v_2 . Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung von u_1 und u_2 .

1.2 Berechnen Sie mit Hilfe des Gleichungssystems aus 1.1. die Geschwindigkeiten u_1 und u_2 .



- 1.3** Berechnen Sie mit Hilfe des Ergebnisses aus 1.2 die Geschwindigkeiten u_1 und u_2 , wenn beide Kugeln die gleiche Masse besitzen und mit gleichen Geschwindigkeitsbeträgen aufeinander zurollen. Interpretieren Sie das Ergebnis im fachlichen Zusammenhang.

- 1.4** Kugel 1 besitzt eine Masse von $m_1 = 1,0 \text{ kg}$ und bewegt sich mit einer Geschwindigkeit des Betrages $|v_1| = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ nach oben. Kugel 2 bewegt sich mit einer Geschwindigkeit des Betrages $|v_2| = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ von oben auf Kugel 1 zu. Zeichnen Sie in ein m_2 - u -Diagramm die Kurven der Geschwindigkeiten u_1 und u_2 beider Kugeln in Abhängigkeit von der Masse m_2 der Kugel 2 ($0 < m_2 \leq 1,0 \text{ kg}$).

Musterlösung zu 04-16

1.0 Zwei Kugeln der Massen m_1 und m_2 rollen aufeinander zu und stoßen **elastisch** zusammen. Nach dem Stoß **bleiben** der **Gesamtimpuls** und die **kinetische Energie** der Kugel erhalten. Vor dem Stoß bewegen sich die Kugeln mit den Geschwindigkeiten v_1 und v_2 , nach dem Stoß mit den Geschwindigkeiten u_1 und u_2 .

Bei elastischen Stößen ist die mechanische Energie immer eine Erhaltungsgröße.

1.1 Gegeben sind m_1 , m_2 , v_1 und v_2 . **Erstellen Sie** ein **Gleichungssystem** zur Berechnung von u_1 und u_2 .

Impulserhaltung:

$$p_{1,vor} + p_{2,vor} = p_{1,nach} + p_{2,nach} \rightarrow m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2 \quad (1)$$

Energieerhaltung:

$$E_{kin,1,vor} + E_{kin2,vor} = E_{kin,1,nach} + E_{kin2,nach} \rightarrow \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 \quad (2)$$

1.2 **Berechnen Sie** mit Hilfe des Gleichungssystems aus 1.1. die **Geschwindigkeiten** u_1 und u_2 .

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2 \quad (1) \quad | m_1 \text{ nach links, } m_2 \text{ nach rechts}$$

$$m_1 v_1 - m_1 u_1 = m_2 u_2 - m_2 v_2 \quad | \text{ Beide Seiten faktorisieren}$$

$$m_1 (v_1 - u_1) = m_2 (u_2 - v_2) \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 \quad (2) \quad | \cdot 2$$

$$m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 = m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2 \quad | m_1 \text{ nach links, } m_2 \text{ nach rechts}$$

$$m_1 v_1^2 - m_1 u_1^2 = m_1 u_1^2 - m_2 u_2^2 \quad | \text{ Beide Seiten faktorisieren}$$

$$m_1 (v_1^2 - u_1^2) = m_1 (u_1^2 - u_2^2) \quad | 3. \text{ Binomische Formel}$$

$$m_1 (v_1 - u_1) (v_1 + u_1) = m_2 (u_2 - v_2) (u_2 + v_2) \quad (4) \quad | „(4) \div (3)“ (\text{Physiker-Schreibweise})$$

$$\frac{m_1 (v_1 - u_1) (v_1 + u_1)}{m_1 (v_1 - u_1)} = \frac{m_2 (u_2 - v_2) (u_2 + v_2)}{m_2 (u_2 - v_2)} \quad | \text{ beide Seiten kürzen}$$

$$u_1 + v_1 = u_2 + v_2 \quad | u \text{ nach links, } v \text{ nach rechts}$$

$$u_1 - u_2 = v_2 - v_1$$

↑
Linearkombination mit Unbekannten
↓

↑
Linearkombination mit Bekannten
↓

(5) {
Lineares Gleichungssystem

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad (6) \quad | (1) \rightarrow (6): \text{ Seiten vertauschen}$$

Lineares Gleichungssystem mit 2 Gleichungen (5) und (6) sowie 2 Unbekannten (u_1 und u_2) → Auflösen nach u_1 und u_2 →

$$u_1 = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_1 + 2 m_2 v_2}{m_1 + m_2} \quad (7)$$

$$u_2 = \frac{m_2 v_2 - m_1 v_2 + 2 m_1 v_1}{m_1 + m_2} \quad (8)$$

1.3

Berechnen Sie mit Hilfe des Ergebnisses aus 1.2 die Geschwindigkeiten u_1 und u_2 , wenn beide Kugeln die gleiche Masse besitzen und mit gleichen Geschwindigkeitsbeträgen aufeinander zurollen. Interpretieren Sie das Ergebnis im fachlichen Zusammenhang.

$$\text{Geg.: } m_1 = m_2 = m \quad (9)$$

$$v_2 = -v_1 \rightarrow v_1 = v \text{ und } v_2 = -v \quad (10)$$

Ansatz (aus Teilaufgabe 1.2):

$$u_1 = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2} \quad (7)$$

$$u_2 = \frac{m_2 v_2 - m_1 v_2 + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2} \quad (8)$$

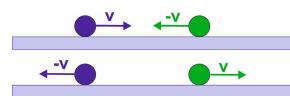
$$u_1 = \frac{m v - m v - 2m v}{2 m} = -v$$

$$u_2 = \frac{-m v + m v + 2m v}{2 m} = v$$

Vor dem Stoß bewegen sich beide Kugeln (● und ●) aufeinander zu, nach dem Stoß voneinander weg.

Die Beträge der Geschwindigkeiten bleiben erhalten (Skizze).

$$\left. \begin{array}{l} (9) \text{ und } (10) \text{ in } (7) \text{ und } (8) \rightarrow \\ (8) \end{array} \right\}$$



Eine Skizze ist hier nicht gefragt, aber eventuell hilfreich.

1.4

Kugel 1 besitzt eine Masse von $m_1 = 1,0 \text{ kg}$ und bewegt sich mit einer Geschwindigkeit des Betrages $|v_1| = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ nach oben. Kugel 2 bewegt sich mit einer Geschwindigkeit des Betrages $|v_2| = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ von oben auf Kugel 1 zu. Zeichnen Sie in ein m_2 - u -Diagramm die Kurven der Geschwindigkeiten u_1 und u_2 beider Kugeln in Abhängigkeit von der Masse m_2 der Kugel 2 ($0 < m_2 \leq 1,0 \text{ kg}$).

$$\text{Geg.: } m_1 = 1,0 \text{ kg}$$

$$v_1 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_2 = -10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ansatz (aus Teilaufgabe 1.2):

$$u_1 = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_1 + 2 \cdot m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{1,0 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} - m_2 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 2 \cdot m_2 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,0 \text{ kg} + m_2} = \frac{10 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} - 30 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot m_2}{10 \text{ kg} + m_2}$$

$$u_2 = \frac{m_2 v_2 - m_1 v_2 + 2 \cdot m_1 v_1}{m_1 + m_2} = \frac{-m_2 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 1,0 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 2 \cdot 1,0 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,0 \text{ kg} + m_2} = \frac{30 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} - 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot m_2}{1,0 \text{ kg} + m_2}$$

m_2 kg	$\frac{u_1}{\text{m}} \frac{\text{s}}{\text{s}}$	$\frac{u_2}{\text{m}} \frac{\text{s}}{\text{s}}$
0.	10.	30.
0.1	6.36	26.36
0.2	3.33	23.33
0.3	0.77	20.77
0.4	-1.43	18.57
0.5	-3.33	16.67
0.6	-5.	15.
0.7	-6.47	13.53
0.8	-7.78	12.22
0.9	-8.95	11.05
1.	-10.	10.

$$\frac{U_1}{\text{m}} \frac{\text{s}}{\text{s}} \quad \frac{U_2}{\text{m}} \frac{\text{s}}{\text{s}}$$

