

**Aufgabe 04-12****Wirkungsgrad: Fahren am Hang**

- 1.0** Eine Kugel der Masse  $1,0 \text{ kg}$  wird zum Zeitpunkt  $t = t_0 = 0$  am Fuß einer geneigten Ebene (Startpunkt **0**) angestoßen und bewegt sich unmittelbar danach mit einer Geschwindigkeit des Betrages  $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  die geneigte Bahn (Neigungswinkel  $\alpha = 30^\circ$ ) nach oben. Die Reibungszahl zwischen Kugel und Ebene beträgt  $0,10$ . Rechnen Sie mit dem Ortsfaktor  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . Die Kugel bleibt zum Zeitpunkt  $t = t_1$  nach einer bestimmten Strecke  $s$  stehen (Umkehrpunkt **1**), rollt anschließend wieder zurück und erreicht zum Zeitpunkt  $t = t_2$  das untere Ende der geneigten Ebene (Zielpunkt **2**). Die mechanische Gesamtenergie (bestehend aus  $E_{\text{kin}}$  und  $E_{\text{pot}}$ ) der zurückrollenden Kugel am unteren Ende der geneigten Ebene soll berechnet und mit den mechanischen Energien zum Zeitpunkt  $t = 0$  und am oberen Umkehrpunkt verglichen werden.

- 1.1** Berechnen Sie den Wirkungsgrad  $\eta_{01} = \frac{E_{t=t_1}}{E_{t=t_0}}$  für die Bewegung aufwärts.

- 1.2** Berechnen Sie den Wirkungsgrad  $\eta_{12} = \frac{E_{t=t_2}}{E_{t=t_1}}$  für die Bewegung abwärts.

- 1.3** Berechnen Sie den Gesamt-Wirkungsgrad  $\eta_{02} = \frac{E_{t=t_2}}{E_{t=t_0}}$ .

- 1.4** Überprüfen Sie anhand der Ergebnisse aus den bisherigen Teilaufgaben, ob

$$\eta_{02} = \eta_{01} \cdot \eta_{12}$$



# Musterlösung zu 04-12

- 1.0** Eine Kugel der Masse  $1,0 \text{ kg}$  wird zum Zeitpunkt  $t = t_0 = 0$  am Fuß einer geneigten Ebene (Startpunkt **0**) angestoßen und bewegt sich unmittelbar danach mit einer Geschwindigkeit des Betrages  $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  die geneigte Bahn (Neigungswinkel  $\alpha = 30^\circ$ ) nach oben. Die Reibungszahl zwischen Kugel und Ebene beträgt  $0,10$ . Rechnen Sie mit dem Ortsfaktor  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . Die Kugel bleibt zum Zeitpunkt  $t = t_1$  nach einer bestimmten Strecke  $s$  stehen (Umkehrpunkt **1**), rollt anschließend wieder zurück und erreicht zum Zeitpunkt  $t = t_2$  das untere Ende der geneigten Ebene (Zielpunkt **2**). Die mechanische Gesamtenergie (bestehend aus  $E_{\text{kin}}$  und  $E_{\text{pot}}$ ) der zurückrollenden Kugel am unteren Ende der geneigten Ebene soll berechnet und mit den mechanischen Energien zum Zeitpunkt  $t = 0$  und am oberen Umkehrpunkt verglichen werden.

- 1.1** Berechnen Sie den Wirkungsgrad  $\eta_{01} = \frac{E_{t=t_1}}{E_{t=t_0}}$  für die Bewegung **aufwärts**.

$$\text{Geg.: } m = 1,0 \text{ kg}; \alpha = 30^\circ; g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}; \mu = 0,10; v_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$F_H = m g \sin(\alpha) \quad \text{und} \quad F_R = \mu m g \cos(\alpha) \rightarrow$$

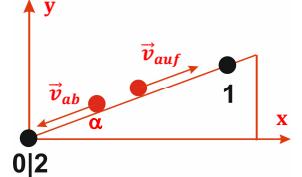
$$a_{\text{auf}} = -\frac{F_H + F_R}{m} = -5,8660 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$2 a (x_1 - x_0) = 2 a s_{01} = 0 - v_0^2 \rightarrow -s_{01} \cdot 11,73200 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = -100 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \rightarrow s_{01} = 8,52366 \text{ m}$$

$$\frac{h}{s_{01}} = \sin(\alpha) \rightarrow h = s_{01} \sin(\alpha) = 4,26183 \text{ m} \rightarrow E_{t=t_1} = m g h = 42,61829 \text{ J}$$

$$E_{t=t_0} = \frac{1}{2} m v_0^2 = 50 \text{ J} \rightarrow \eta_{01} = \frac{E_{t=t_1}}{E_{t=t_0}} = \frac{42,61829 \text{ J}}{50 \text{ J}} = 0,85237 \rightarrow \eta_{01} = 0,85$$

Eine Skizze kann hier weiterhelfen:



- 1.2** Berechnen Sie den Wirkungsgrad  $\eta_{12} = \frac{E_{t=t_2}}{E_{t=t_1}}$  für die Bewegung **abwärts**.

$$a_{\text{ab}} = \frac{-F_H + F_R}{m} = -4,13398 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad s_{12} = -s_{01} = -8,52366 \text{ m}$$

$$2 a_{\text{ab}} s_{12} = -2 a_{\text{ab}} s_{01} = 2 \left( -4,13398 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) (-8,52366 \text{ m}) = v_2^2 - 0 \rightarrow$$

$$v_2 = 8,394831 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad E_{t=t_2} = \frac{1}{2} m v_2^2 = 35,23659 \text{ J} \rightarrow$$

$$\eta_{12} = \frac{E_{t=t_2}}{E_{t=t_1}} = \frac{35,23659 \text{ J}}{42,61829 \text{ J}} = 0,82679 \rightarrow \eta_{12} = 0,83$$

- 1.3** Berechnen Sie den Gesamt-Wirkungsgrad  $\eta_{02} = \frac{E_{t=t_2}}{E_{t=t_0}}$ .

$$\eta_{02} = \frac{35,23659 \text{ J}}{50 \text{ J}} = 0,70473 \rightarrow \eta_{02} = 0,70$$

- 1.4** Überprüfen Sie anhand der Ergebnisse aus den bisherigen Teilaufgaben, ob

$$\eta_{02} = \eta_{01} \cdot \eta_{12}$$

$$\eta_{02} = \eta_{01} \cdot \eta_{12} = 0,82679 \cdot 0,85237 = 0,70473 = 0,70 = \eta_{02} \text{ aus Teilaufgabe 1.3}$$

$$\eta_{02} = \eta_{01} \cdot \eta_{12}$$