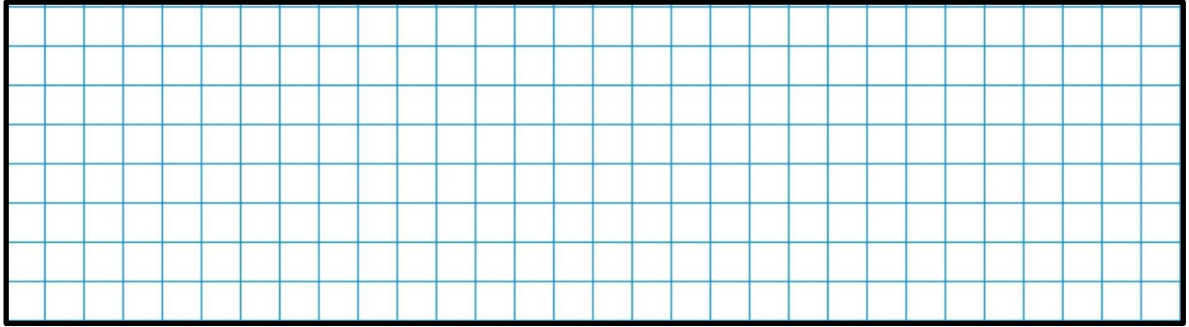
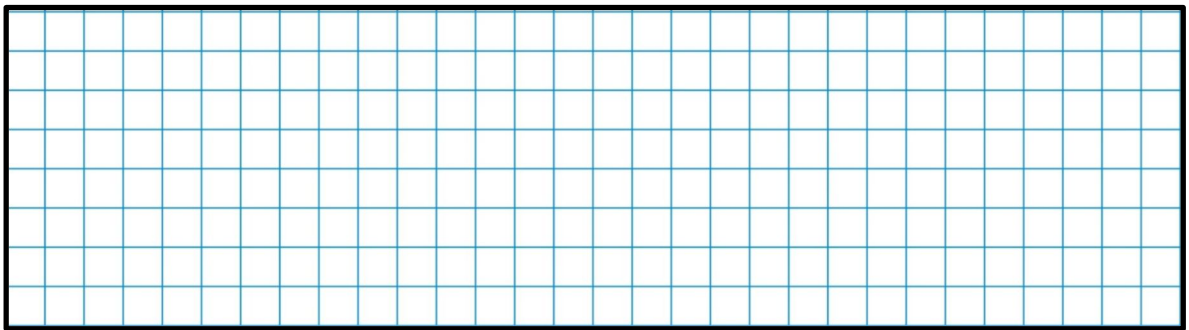


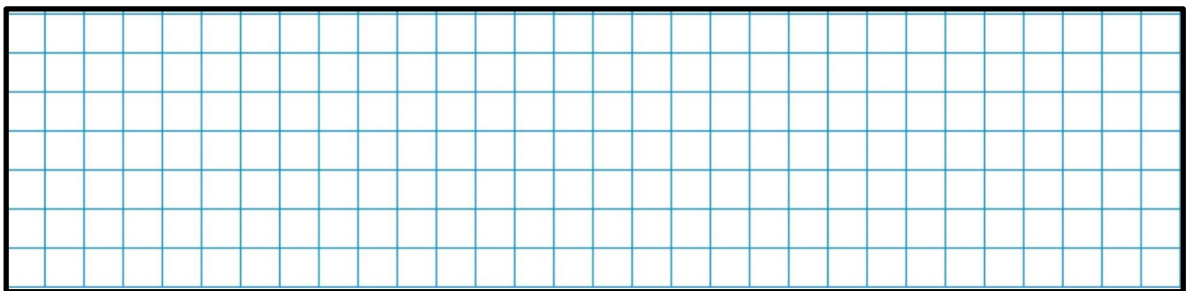
- 1.0** Eine Zahnradbahn der Masse $5,0\text{ t}$ befindet sich am unteren Ende einer schiefen Ebene und fährt ab dem Zeitpunkt $t = 0$ mit einer konstanten Geschwindigkeit des Betrages $45 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ die Ebene bis zu einer Höhe von $h = 100\text{ m}$ nach oben. Reibungsverluste werden vernachlässigt.
- 1.1** Die Ebene ist gegenüber der Horizontalen um einen Winkel von 15° geneigt. **Berechnen Sie** die Arbeit W_1 , die vom Motor der Zahnradbahn verrichtet wird, um die Höhendifferenz von 100 m zu überwinden. **Berechnen Sie** zusätzlich die dazu benötigte Zeit t_1 .



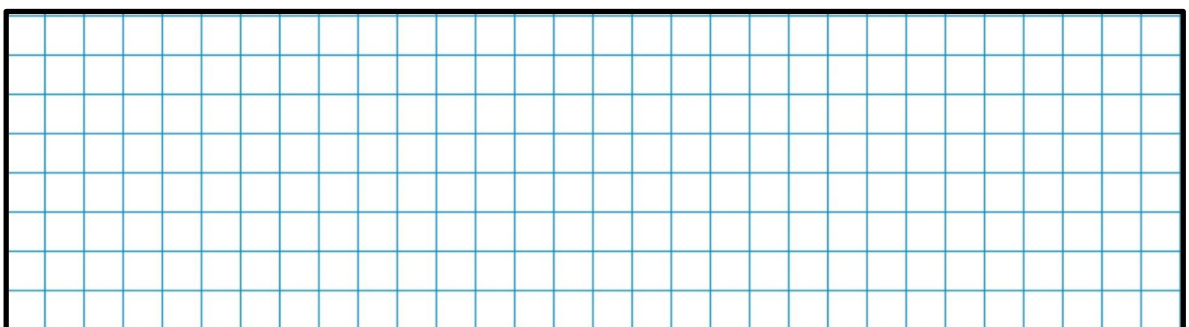
- 1.2** Die Ebene besitzt nun eine Steigung von 100% . **Berechnen Sie** die Arbeit W_2 , die vom Motor der Zahnradbahn verrichtet wird, um die Höhendifferenz von 100 m zu überwinden. **Berechnen Sie** zusätzlich die dazu benötigte Zeit t_2 .



- 1.3** **Berechnen Sie** die Leistungen P_1 und P_2 , die vom Motor der Zahnradbahn bei den beiden unterschiedlichen Steigungen verrichtet werden muss.



- 1.4** **Erläutern Sie** unter Bezugnahme auf die Ergebnisse der Teilaufgaben 1.1 bis 1.3, was der Unterschied zwischen Arbeit und Leistung ist.



Musterlösung zu 04-09

- 1.0** Eine Zahnradbahn der Masse $5,0\text{ t}$ befindet sich am unteren Ende einer schiefen Ebene und fährt ab dem Zeitpunkt $t = 0$ mit einer konstanten Geschwindigkeit des Betrages $45 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ die Ebene bis zu einer Höhe von $h = 100\text{ m}$ nach oben. Reibungsverluste werden vernachlässigt.
- 1.1** Die Ebene ist gegenüber der Horizontalen um einen Winkel von 15° geneigt. **Berechnen Sie** die Arbeit W_1 , die vom Motor der Zahnradbahn verrichtet wird, um die Höhendifferenz von 100 m zu überwinden. **Berechnen Sie** zusätzlich die dazu benötigte Zeit t_1 .

Geg.: $\alpha_1 = 15^\circ$ $m = 5000\text{ kg}$ $h = 100\text{ m}$

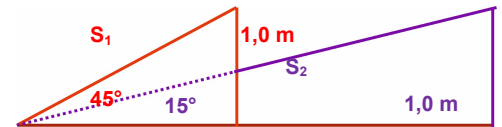
Strecke s der geneigten Bahn: $\sin(\alpha) = \frac{h}{s} \rightarrow s = \frac{h}{\sin(\alpha)}$ (01)

Bewegung mit $v = \text{const.}$: $v = \frac{s}{t} \rightarrow t = \frac{s}{v}$ (02)

(1) in (2) $\rightarrow t = \frac{h}{v \sin(\alpha)}$ (3) $\rightarrow t_1 = 30,91\text{ s} = \mathbf{31\text{ s}}$

$W_1 = m g h$ (4) $= 4,905 \cdot 10^6\text{ J} = \mathbf{4,9\text{ MJ}}$

Hier kann eine kleine Skizze weiterhelfen:



- 1.2** Die Ebene besitzt nun eine Steigung von 100% . **Berechnen Sie** die Arbeit W_2 , die vom Motor der Zahnradbahn verrichtet wird, um die Höhendifferenz von 100 m zu überwinden. **Berechnen Sie** zusätzlich die dazu benötigte Zeit t_2 .

Geg.: Steigung $m = 100\%$ $m = 5000\text{ kg}$ $h = 100\text{ m}$

$m = \tan(\alpha_2) \rightarrow \alpha_2 = 45^\circ$

Die allgemeinen Lösungsgleichungen aus Teilaufgabe 1.1 werden übernommen:

(3): $t = \frac{h}{v \sin(\alpha)} \rightarrow t_2 = 11,31\text{ s} = \mathbf{11\text{ s}}$

$W_2 = m g h = W_1 = \mathbf{4,9\text{ MJ}}$

- 1.3** **Berechnen Sie** die Leistungen P_1 und P_2 , die vom Motor der Zahnradbahn bei den beiden unterschiedlichen Steigungen verrichtet werden muss.

Mit den Ergebnissen aus den Teilaufgaben 1.1 und 1.2:

$$P_1 = \frac{W_1}{t_1} = \frac{4,905 \cdot 10^6\text{ J}}{30,91\text{ s}} = 158687\text{ W} = \mathbf{159\text{ kW}}$$

$$P_2 = \frac{W_2}{t_2} = \frac{4,905 \cdot 10^6\text{ J}}{11,31\text{ s}} = 433687\text{ W} = \mathbf{434\text{ kW}}$$

- 1.4** **Erläutern Sie** unter Bezugnahme auf die Ergebnisse der Teilaufgaben 1.1 bis 1.3, was der **Unterschied zwischen Arbeit und Leistung** ist.

Bei beiden Steigungen (15° und 45°) verrichten die Motoren der Zahnradbahn die **gleiche Arbeit**, allerdings **in unterschiedlichen Zeiten**.

Als physikalisches Maß dafür, wieviel Arbeit W in einer bestimmten Zeit t verrichtet wird, definiert man die Leistung $P = \frac{W}{t}$ mit $[P] = \frac{\text{J}}{\text{s}} = \text{W}$ (Watt)

Je größer die Leistung ist, desto mehr Arbeit wird innerhalb einer bestimmten Zeitdauer verrichtet. Im Beispiel überwindet die Zahnradbahn mit dem leistungstärkeren Motor (P_2) die Höhendifferenz von 100 m in einer kürzeren Zeit.