## Aufgabe 04-06 ●●○○ Energieerhaltung: **Senkrechter Wurf nach oben**

**1.0** Ein Stein der Masse $m = 2{,}0\ kg$ wird zum Zeitpunkt $t = 0$ mit einer Anfangsgeschwindigkeit des Betrages $v_0 = 15{,}0\ \frac{m}{s}$ senkrecht nach oben geworfen.

**Hinweis**: Bei allen Teilaufgaben sind auch **allgemeine Lösungen** zu berechnen.

**1.1** **Berechnen Sie** mit Hilfe des Energieerhaltungssatzes die maximale Höhe $h_{max}$ des Steines.

**1.2** **Berechnen Sie**, wie hoch der Betrag $v_2$ der Geschwindigkeit des Steines bei halber maximaler Höhe ist.

**1.3** **Berechnen Sie**, wie die Geschwindigkeit $v$ des Steines von der Höhe $h$ über dem Abwurfort (Boden) abhängt (**mit allgemeiner Lösung**!).

Unter Prüfungsbedingungen sollten Sie diese Aufgabe in etwa 40 Minuten gelöst haben.

**1.4** **Fertigen Sie** für das Ergebnis aus Teilaufgabe 1.3 eine Einheitenkontrolle **an**.

**1.5** Die Gleichung für den Betrag der Geschwindigkeit in Abhängigkeit von der Höhe $h$ lautet (mit eingesetzten Werten):

$$v(h) = \sqrt{225\,\frac{m^2}{s^2} - 19{,}6\,\frac{\mathrm{m}}{s^2} \cdot h}$$

**Zeichnen Sie** in ein $h$-$v$-Diagramm den Graphen dieser Funktion für $0 \leq h \leq 12\ m$.

**1.6** **Interpretieren Sie** das $h$-$v$-Diagramm aus der vorhergehenden Teilaufgabe.

# Musterlösung zu 04-06

**1.0** Ein Stein der Masse $m = 2{,}0\ kg$ wird zum Zeitpunkt $t = 0$ mit einer Anfangsgeschwindigkeit des Betrages $\mathrm{v_0} = 15{,}0\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ senkrecht nach oben geworfen.

**Hinweis**: Bei allen Teilaufgaben sind auch **allgemeine Lösungen** zu berechnen.

**1.1** **Berechnen Sie** mit Hilfe des Energieerhaltungssatzes die maximale Höhe $h_{max}$ des Steines.

***Geg.***: $m = 2{,}0\ kg \qquad v_0 = 15{,}0\ \frac{m}{s}$

$E_{kin,,0} = \frac{1}{2} m\, v_0^{\,2} \quad und \quad E_{pot} = m\, g\, h$

*Energierhaltungssatz:* $\boldsymbol{E_{kin} = E_{pot}} \ \rightarrow$

$\frac{1}{2}\cancel{m}\, v_0^{\,2} = \cancel{m}\, g\, h \ \rightarrow h = \boldsymbol{h_{max} = \frac{v_0^{\,2}}{2\,g}} = 11{,}467\ m = \boldsymbol{11{,}5\ m}$

**1.2** **Berechnen Sie**, wie hoch der **Betrag $v_2$** der Geschwindigkeit des Steines bei halber maximaler Höhe ist.

***Geg.***: $h = \frac{1}{2}\, h_{max}$

$E_{kin} = \frac{1}{2} m\, v^2 \ ,\ E_{pot,max} = m\, g\ h_{max} \quad und \quad E_{pot} = m\, g\ \frac{1}{2}\, h_{max}$

*Energierhaltungssatz:* $E_{pot,max} = \boldsymbol{E_{kin}} + \boldsymbol{E_{pot}} \ \rightarrow m\, g\ h_{max} \ = m\, g\ \frac{1}{2}\, h_{max} + \frac{1}{2} m\, v^2 \rightarrow$

$\frac{1}{2}\cancel{m}\, v^2 = \cancel{m}\, g\ \frac{1}{2}\, h_{max} = \cancel{m}\, g\ \frac{1}{2}\ \frac{v_0^{\,2}}{2\,g} \rightarrow$

$v = v_2 = \pm\frac{v_0}{\sqrt{2}} = +\boldsymbol{\frac{v_0}{\sqrt{2}}} = 10{,}6066\ \frac{m}{s} \ \rightarrow \boldsymbol{v_2 = 10{,}6\ \frac{m}{s}}$

Zwei mathe-
matische
Lösungen !

Nur die positive
Lösung ist gefragt
(„**Betrag** $v_2$ der
Geschwindigkeit“)

**1.3** **Berechnen Sie**, wie die **Geschwindigkeit $v$** des Steines von der Höhe $h$ über dem Abwurfort (Boden) abhängt (**mit allgemeiner Lösung**!).

$E_{kin} = \frac{1}{2} m\, v^2 \ ,\quad E_{pot,max} = m\, g\, h_{max} \quad und \quad E_{pot} = m\, g\, h$

***Energierhaltungssatz:*** $\boldsymbol{E_{kin} + E_{pot} = E_{pot,max}} \ \rightarrow$

$\boldsymbol{\frac{1}{2} m\, v^2 + m\, g\, h = m\, g\, h_{max} = m\, g}\ \frac{v_0^{\,2}}{2\,g} \ \rightarrow$

$\boldsymbol{\frac{1}{2}\, v^2 = g\ \frac{v_0^{\,2}}{2\,g} - g\, h} \rightarrow v = v(h) = \pm\sqrt{v_0^{\,2} - 2\, g\, h} \ \rightarrow$

**Beide** mathematische Lösung sind physikalisch sinnvoll, da nach der „**Geschwindigkeit $v$**“ des Steines gefragt wurde und nicht nach dem Betrag !

$\boldsymbol{v(h) = \pm\sqrt{v_0^{\,2} - 2\, g\, h}} = \pm\sqrt{225\ \frac{m^2}{s^2} - 19{,}62\,\frac{m}{s^2}\, h} = \boldsymbol{\pm\sqrt{225\ \frac{m^2}{s^2} - 19{,}6\,\frac{m}{s^2}\cdot h}}$

**1.4** **Fertigen Sie** für das Ergebnis aus Teilaufgabe 1.3 eine Einheitenkontrolle **an**.

$$v(h) = \sqrt{225\,\frac{m^2}{s^2} - 19{,}6\,\frac{m}{s^2}\cdot h} \rightarrow$$

$$[v] = \sqrt{\frac{m^2}{s^2} - \frac{m}{s^2}\cdot [h]} = \sqrt{\frac{m^2}{s^2} - \frac{m}{s^2}\cdot m} = \sqrt{\frac{m^2}{s^2}} = \frac{m}{s} = [v]$$

*Richtige Aussage*

Einheitenkontrollen können in Prüfungsaufgaben verlangt werden.

Ungeachtet dessen sind die physikalischen Einheiten immer korrekt mit zu verrechnen.

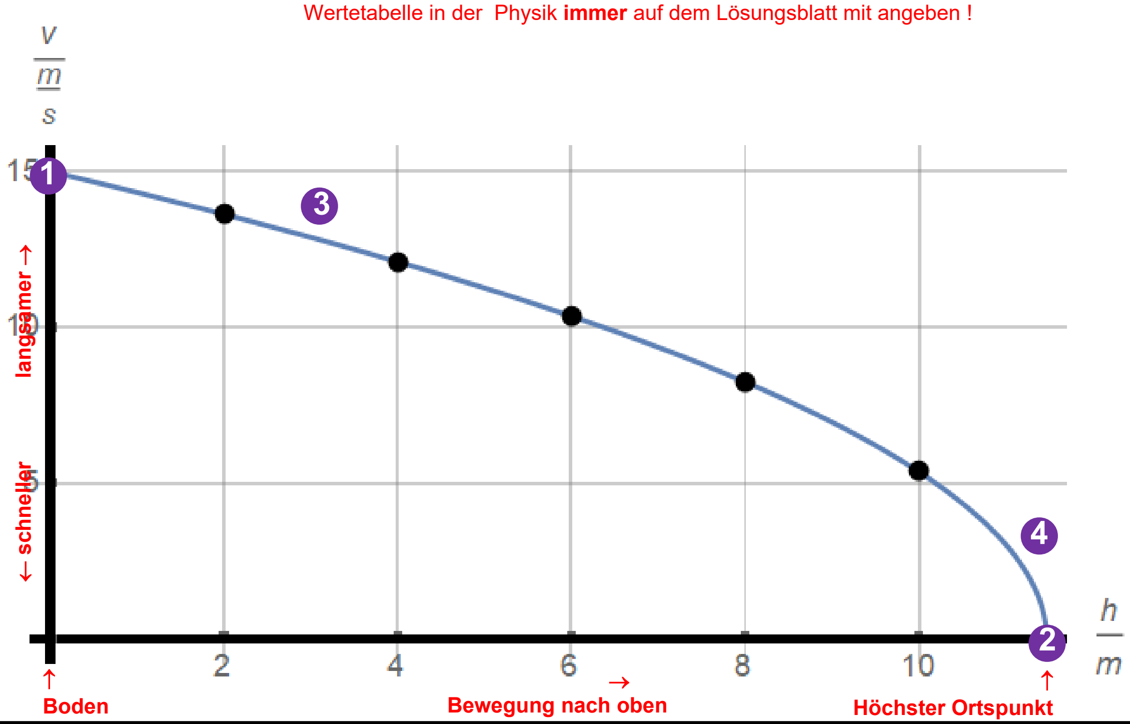
**1.5** Die Gleichung für den **Betrag** der Geschwindigkeit in Abhängigkeit von der Höhe h lautet (mit eingesetzten Werten):

$$v(h) = \sqrt{225\,\frac{m^2}{s^2} - 19{,}6\,\frac{\text{m}}{s^2}\cdot h}$$

**Zeichnen Sie** in ein *h*-*v*-Diagramm den Graphen dieser Funktion für $0 \leq h \leq 12\ m$.

| $\frac{h}{m}$ | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{v}{\frac{m}{s}}$ | 15. | 13.6 | 12.1 | 10.4 | 8.3 | 5.4 | $\notin \mathbb{R}$ |

Wertetabelle in der Physik **immer** auf dem Lösungsblatt mit angeben !




**1.6** **Interpretieren Sie** das *h*-*v*-Diagramm aus der vorhergehenden Teilaufgabe.

*Zum Zeitpunkt t = 0 wird der Stein vom Boden mit einer Geschwindigkeit des Betrages $v(0) = v_0 = 15\,\frac{m}{s}$ aus senkrecht nach oben geworfen ( **1** ). Am höchsten Ortspunkt der Bewegung ist v(h) =0 ( **2** ). Während der Bewegung des Steines nach oben ist der Geschwindigkeitsbetrag des Steinesin Bodennähe zuerst sehr hoch (z.B. **3** ) und nimmt während der Bewegung nach oben ab z.B. ( **4** ).*