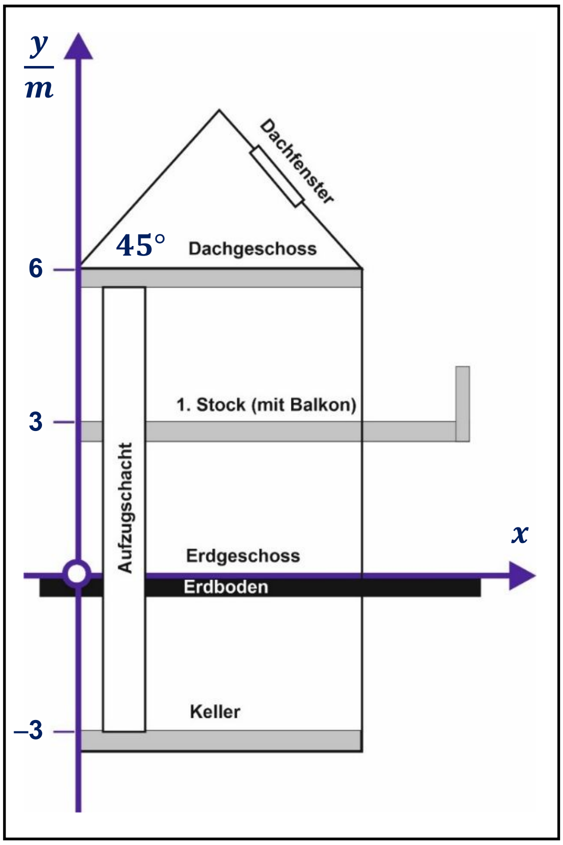
Aufgabe 04-04 ●●○○ Energie: **Potentielle Energie**



1.0 Ein Haus besteht aus einem Keller- und einem Erdgeschoss, einem 1. Stock sowie einem Dachgeschoss (Abbildung rechts, von unten nach oben). Zwischen dem 1. Stock und dem Keller befindet sich ein durchgehender Schacht, in dem später einmal ein Aufzug eingebaut werden soll. Der Abstand zwischen den Stockwerken beträgt jeweils *3,0 m*. Die Dachflächen besitzen eine Winkel von *45°*.

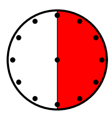
1.1.0 Ein Körper der Masse $m_1 = 1{,}0\ kg$ befindet sich dem Boden des Dachgeschosses.

1.1.1 **Geben Sie** den Namen der zur potenziellen Energie gehörigen Prozessgröße an und **erläutern Sie** den Unterschied zwischen einer System- und einer Prozessgröße anhand dieses Beispieles.

1.1.2 **Geben Sie an**, was Sie zur Bearbeitung dieser Teilaufgabe (1.1) zuerst festlegen müssen und **begründen Sie** Ihre Entscheidung.

1.1.3 **Berechnen Sie** nun die potentielle Energie (Lageenergie) dieses Körpers.

Unter Prüfungsbedingungen sollten Sie diese Aufgabe in etwa 30 Minuten gelöst haben.



1.2 Der obere Teil der Balkonbrüstung befindet sich *1,2 m* oberhalb des Bodens des 1. Stockwerkes. Von dieser Höhe aus wird ein Stein der Masse $m_2 = 500\ g$ mit einer Geschwindigkeit des Betrages $4{,}0\ \frac{m}{s}$ senkrecht nach oben katapultiert. Der Stein bewegt sich zuerst nach oben und anschließend wieder nach unten, bis er auf den Boden (= Bezugspunkt) fällt (senkrechter Wurf nach oben). **Berechnen Sie** die größte und die geringste potentielle Energie des Steines.

1.3 **Berechnen Sie** die Differenz zwischen der potentiellen Energie einer Stahlkugel des Radius *2,5 cm* ($\rho_{stahl} = 7850\ \frac{kg}{m^3}$) zwischen dem oberen und den unteren Ende des Aufzugschachtes.

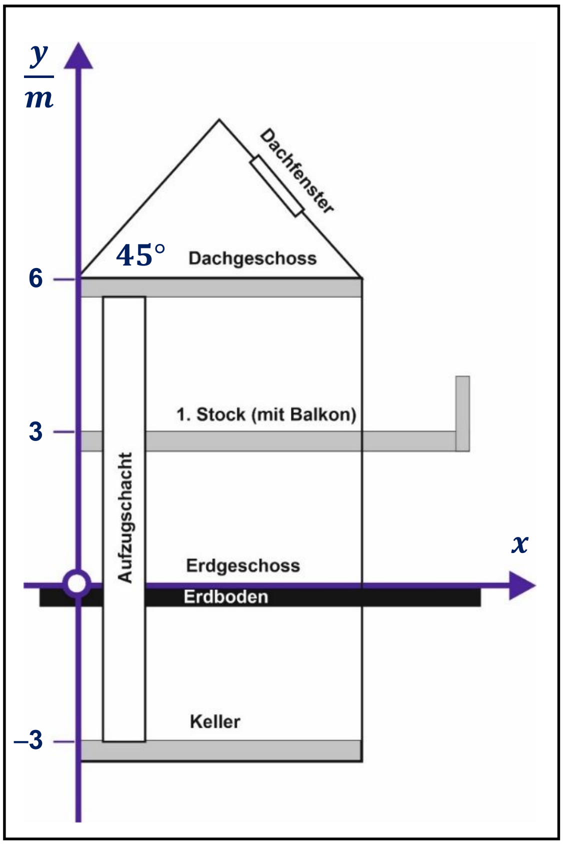
1.4.0 Die untere Begrenzung des Dachfensters liegt *1,0 m* oberhalb des Bodens des Dachgeschosses. Eine Kugel der Masse $m_3 = 1{,}5\ kg$ rollt vom dieser unteren Begrenzung aus das Dach nach unten und fällt anschließend auf den Boden des Balkons (die Reibung wird vernachlässigt).

1.4.1 **Berechnen Sie** den Unterschied ΔE_{pot} zwischen den potentiellen Energien zu Beginn und zum Ende des Bewegungsablaufes.

1.4.2 **Zeigen Sie** durch allgemeine Berechnung, dass ΔE_{pot} aus Teilaufgabe 1.4.1 unabhängig vom Bezugspunkt ist.

Musterlösung zu 04-04

1.0 Ein Haus besteht aus einem Keller- und einem Erdgeschoss, einem 1. Stock sowie einem Dachgeschoss (Abbildung rechts, von unten nach oben). Zwischen dem 1. Stock und dem Keller befindet sich ein durchgehender Schacht, in dem später einmal ein Aufzug eingebaut werden soll. Der **Abstand** zwischen den Stockwerken beträgt **jeweils *3,0 m***. Die Dachflächen besitzen eine Winkel von ***45°***.



1.1.0 Ein Körper der Masse $m_1 = 1,0\ kg$ befindet sich dem Boden des Dachgeschosses.

1.1.1 **Geben Sie** den Namen der zur potenziellen Energie gehörigen Prozessgröße **an** und **erläutern Sie** den Unterschied zwischen einer **System-** und einer **Prozessgröße** anhand dieses Beispieles.

> ***Energie:*** *Systemgröße* ⇔ ***Arbeit:*** *Prozessgröße*
> *Die **Hubarbeit** als **Prozessgröße** (**Prozess**: Vorgang) gibt an, wieviel Arbeit gegen die Gewichtskraft **verrichtet** werden muss, um den Körper vom Bezugspunkt aus auf die Höhe des Dachbodens zu heben. Durch diese Hubarbeit erhöht sich das Vermögen des Körpers, selber Arbeit (z.B. Beschleunigungsarbeit beim Fall nach unten) zu verrichten – die Energie als Systemgröße (**System**: Körper) erhöht sich.*

1.1.2 **Geben Sie an**, was Sie zur Bearbeitung dieser Teilaufgabe (1.1) **zuerst festlegen** müssen und **begründen Sie** Ihre Entscheidung.

> *Angabe eines **Bezugspunktes** (BP) notwendig.*
>
> *Der Bezugspunkt legt den Ort fest, an dem die **potentielle Energie** $E_{pot,BP} = 0$ ist.*
>
> ***Hier**: Bezugspunkt (beispielsweise) bei* $y_0 = 0$
>
> Dieser Bezugspunkt ist sinnvoll festgelegt, da hier $y_0 = 0$ **und** $E_{pot}(y_0) = 0$

1.1.3 **Berechnen Sie** nun die **potentielle Energie** (Lageenergie) dieses Körpers.

> ***Geg.***: $m_1 = 1,0\ kg$ $\quad h_1 = 2 \cdot 3,0\ m = 6,0\ m$
> *Bezugspunkt auf* $y_0 = 0$ *(Erdboden)*
>
> $E_{pot}(y = y_{Dachgeschoss} = 6,0\ m) = m \cdot g \cdot h = m_1 \cdot g \cdot y_{Dachgeschoss} = 1,0\ kg \cdot 9,81\ \frac{m}{s^2} \cdot 6,0\ \mathrm{m} =$
>
> $58,86\ kg\frac{m^2}{s^2} = \mathbf{59\ J}$

1.2 Der obere Teil der Balkonbrüstung befindet sich 1,2 m oberhalb des Bodens des 1. Stockwerkes. Von dieser Höhe aus wird ein Stein der Masse ***m_2 = 500 g*** mit einer Geschwindigkeit des Betrages ***4,0 $\frac{m}{s}$*** **senkrecht nach oben** katapultiert. Der Stein bewegt sich zuerst nach oben und anschließend wieder nach unten, bis er auf den Boden (= Bezugspunkt) fällt (**senkrechter Wurf nach oben**). **Berechnen Sie** die **größte** und die **geringste** potentielle Energie des Steines.

Geg.: $v_{02} = 4{,}0\ \frac{m}{s}$ $m_2 = 0{,}500\ kg$ $h_2 = 3{,}0\ m + 1{,}2\ m = 4{,}2\ m$ *Bezugspunkt:* $y_0 = 0$

Senkrechter Wurf nach oben:

$v_2(t) = v_{02} - g\ t = 0 \rightarrow t = \frac{v_{02}}{g} \rightarrow h_2 + v_{02} \cdot t - \frac{1}{2} g\ t^2 = h_2 + \frac{v_{02}^2}{2g} =$

$4{,}2\ m + \frac{1}{2} \frac{(4{,}0\ \frac{m}{s})^2}{9{,}81\ \frac{m}{s^2}} = \mathbf{5{,}0154\ m} = y_{max}$

Lösung auch über Energieansatz möglich:
$\frac{1}{2} m_2 v_{02}^2 = m_2\ g\ h_3 \rightarrow$
$H_3 = 0{,}8154\ m \rightarrow$
$y_{max} = h_2 + h_3 = \mathbf{5{,}0154\ m}$

$E_{pot,max} = m \cdot g \cdot y_{max} = 0{,}50\ kg \cdot 9{,}81\ \frac{m}{s^2} \cdot \mathbf{5{,}0154\ m} = 24{,}6010\ J = \mathbf{25\ J}$ (***Maximum***)

$E_{pot,min} = \mathbf{0}$ (***Minimum*** *bei Aufprall auf Boden)*

1.3 **Berechnen Sie** die Differenz zwischen der potentiellen Energie einer Stahlkugel des Radius ***2,5 cm*** ***(ρ_{Stahl} = 7850 $\frac{kg}{m^3}$)*** zwischen dem oberen und den unteren Ende des Aufzugschachtes.

Geg.: $\rho_{stahl} = 7850\ \frac{kg}{m^3}$ $r_3 = 0{,}025\ m$ $h_3 = 6.0\ m + 3{,}0\ m = 9{,}0\ m$

$m_3 = V_{kugel} \cdot \rho_{Kugel} = \frac{4}{3} r^3\ \pi = \frac{4}{3}(0{,}025\ m)^3\ \pi \cdot 7850\ \frac{kg}{m^3} =$

$65{,}4499 \cdot 10^{-6}\ m^3 \cdot 7850\ \frac{kg}{m^3} \rightarrow m_3 = \mathbf{0{,}5138\ kg}$

$E_{pot} = m_3\ g\ h_3 = 45{,}3618\ J = \mathbf{45\ J}$

1.4.0 Die untere Begrenzung des Dachfensters liegt ***1,0 m*** oberhalb des Bodens des Dachgeschosses. Eine Kugel der Masse ***m_3 = 1,5 kg*** rollt vom dieser unteren Begrenzung aus das Dach nach unten und fällt anschließend auf den Boden des Balkons (die Reibung wird vernachlässigt).

1.4.1 **Berechnen Sie** den **Unterschied ΔE_{pot}** zwischen den potentiellen Energien zu **Beginn** und zum **Ende** des Bewegungsablaufes.

Geg.: $m_3 = 1{,}5\ kg$ $h_{Dachfenster} = 6{,}0\ m + 1{,}0\ m = 7{,}0\ m$ $h_{Balkon} = 3{,}0\ m$

Ges.: $\Delta E_{pot} = E_{pot,Dachenster} - E_{pot,\ Balkon}$

*Die Differenz ΔE_{pot} der potentiellen Energien zwischen zwei Ortspunkten ist **nur von dem vertikalen Abstand abhängig**:*

$\Delta E_{pot} = m\ g\ h_{Dachfenster} - m\ g\ h_{Balkon} = m\ g\ (h_{Dachfenster} - h_{Balkon}) =$

$1{,}5\ kg \cdot 9{,}81\ \frac{m}{s^2}\ (7{,}0\ m - 3{,}0\ m) \rightarrow \Delta E_{pot} = 58{,}80\ J = \mathbf{59\ J}$

1.4.2 **Zeigen Sie** durch **allgemeine Berechnung**, dass ΔE_{pot} aus Teilaufgabe 1.4.1 **unabhängig vom Bezugspunkt** ist.

y_0: *Ortspunkt des Bezugspunktes auf der y-Achse (beliebig wählbar)*

$h_1 = y_1 - y_0$ $E_{pot1} = m\ g\ h_1 = m\ g\ (y_1 - y_0)$

$\Delta E_{pot} = E_{pot2} - E_{pot1} \rightarrow$

$h_2 = y_2 - y_0$ $E_{pot2} = m\ g\ h_2 = m\ g\ (y_2 - y_0)$

$\Delta E_{pot} = m\ g\ (y_2 - y_0) - m\ g\ (y_1 - y_0) = \mathbf{m\ g\ (y_2 - y_1)} \rightarrow$

ΔE_{pot} nicht von Bezugspunkt y_0 abhängig