1.0 Eine Kugel der Masse $m = 1{,}5\ kg$ soll mit einer konstanten Geschwindigkeit des Betrages $5{,}0\,\frac{m}{s}$ einen Hang auf eine Höhe von $2{,}0\ m$ hinaufgeschoben werden. Der Steigungswinkel des Hanges beträgt $25°$.

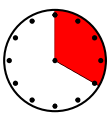
1.1 **Berechnen Sie** mit Hilfe des allgemeinen Ansatzes $W = F \cdot s$ die Arbeit W_1, die dabei verrichtet wird, wenn man die Reibung vernachlässigt.

1.2 **Berechnen Sie** mit Hilfe des allgemeinen Ansatzes $W = F \cdot s$ die Arbeit W_2, die verrichtet wird, wenn nun die Reibung mit $\mu = 0{,}10$ berücksichtigt wird.

1.3 **Berechnen Sie** mit Hilfe des allgemeinen Ansatzes $W = F \cdot s$ die Arbeit W_3 die verrichtet wird, wenn die Reibung wieder mit $\mu = 0{,}10$ berücksichtigt wird, der Neigungswinkel des Hanges nun aber $10°$ beträgt.

1.4 **Begründen Sie** die unterschiedlichen Werte für die Verschiebearbeiten zwischen den Teilaufgaben 1.2 und 1.3.

Unter Prüfungsbedingungen sollten Sie diese Aufgabe in etwa 20 Minuten gelöst haben.

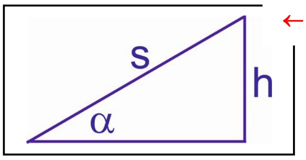


Musterlösung zu 04-01

1.0 Eine Kugel der Masse ***m = 1,5 kg*** soll mit einer konstanten Geschwindigkeit des Betrages ***5,0*** $\frac{m}{s}$ einen Hang auf eine Höhe von ***2,0 m*** hinaufgeschoben werden. Der **Steigungswinkel** des Hanges beträgt ***25°***.

1.1 **Berechnen Sie** mit Hilfe des allgemeinen Ansatzes ***W = F·s*** die Arbeit W_1, die dabei verrichtet wird, wenn man die **Reibung vernachlässigt**.

Eine Skizze verdeutlicht den Zusammenhang zwischen h, s und α.



Skizze rechts: Verschiebestrecke s

$W_1 = F \cdot s$ (01)

$F = F_H = m\,g\,Sin(\alpha_1)$ mit $\alpha_1 = 25°$ (02)

$\frac{h}{s} = Sin(\alpha_1) \rightarrow s = \frac{h}{Sin(\alpha_1)}$ (03)

(2) und (3) in (1) $\rightarrow F\,s = m\,g\,\cancel{Sin(\alpha_1)} \cdot \frac{h}{\cancel{Sin(\alpha_1)}} = W_1 = W_{Hub} = m\,g\,h$ (04)

$m\,g\,h = 1{,}5\text{ kg} \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot 2{,}0\text{ m} = 29{,}43\,kg\,\frac{m^2}{s^2} \rightarrow W_1 = F \cdot s = W_{Hub} = W_1 = 29\,J$

1.2 **Berechnen Sie** mit Hilfe des allgemeinen Ansatzes $W = F \cdot s$ die Arbeit W_2, die verrichtet wird, wenn nun die **Reibung** mit ***μ = 0,10*** **berücksichtigt** wird.

*Zur **Hubarbeit** W_{hub} kommt noch die Arbeit W_{reib} **gegen die Reibungskraft** hinzu:*

$W_2 = W_{hub} + W_{reib}$ (05)

$W_{reib} = F_N\,\mu\,s = m\,g\,Cos(\alpha_1)\,\mu\,s = \frac{m\,g\,h\,Cos(\alpha_1)\,\mu}{Sin(\alpha_1)} = \frac{m\,g\,h\,\mu}{Tan(\alpha_1)}$ (06)

$W_{hub} = m\,g\,h$ siehe (04)

(06) und (04) in (05) $\rightarrow W_2 = m\,g\,h\,(1 + \frac{\mu}{Tan(\alpha_1)})$ (07)

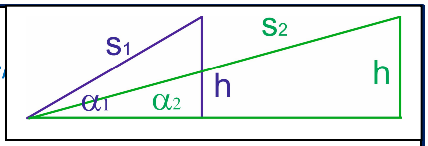
$\rightarrow W_2 = 1{,}5\,kg\;9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot 2{,}0\text{ m}\,(1 + \frac{0{,}10}{Tan(25°)}) = 35{,}741\,J \rightarrow W_2 = 36\,J$

1.3 **Berechnen Sie** mit Hilfe des allgemeinen Ansatzes $W = F \cdot s$ die Arbeit W_3 die verrichtet wird, wenn die Reibung wieder mit ***μ = 0,10*** berücksichtigt wird, der **Neigungswinkel** des Hanges nun aber ***10°*** beträgt.

Verwendung der Gleichung (07), hier aber mit $a_2 = 10°$:

$W_3 = m\,g\,h\,(1 + \frac{\mu}{Tan(\alpha_2)}) = 46{,}121\,J \rightarrow W_3 = 46\,J$

1.4 **Begründen Sie** die **unterschiedlichen Werte** für die Verschiebearbeiten zwischen den Teilaufgaben 1.2 und 1.3.



*Die Hubarbeiten W_{hub} sind (in den Teilaufgaben 1.2 und 1.3) gleich (da jeweils auf die gleiche Höhe h=2,0 m versc gegen die Reibungskraft ist proportional zur Verschiebestrecke s. Diese ist bei einem Winkel von $\alpha_2 = 10°$ (siehe Skizze, $s_2 = 11{,}52$ m) **größer** als bei einem Steigungswinkel von $\alpha_1 = 25°$ ($s_1 = 4{,}73$ m). Zusätzlich wird mit abnehmendem Winkel a die Reibungskraft größer ($F_{reib,1} = 1{,}33$ N und $F_{reib,2} = 1{,}45$ N). Somit nimmt auch die Summe $W_{ges} = W_{hub} + W_{reib}$ mit **zunehmendem** Winkel **ab**.*

W_{ges} nimmt mit zunehmendem Winkel α ab. Es gilt:

$\lim_{x \to \infty} W_{ges}(\alpha) = m \cdot g \cdot h = 29\text{ J}$