

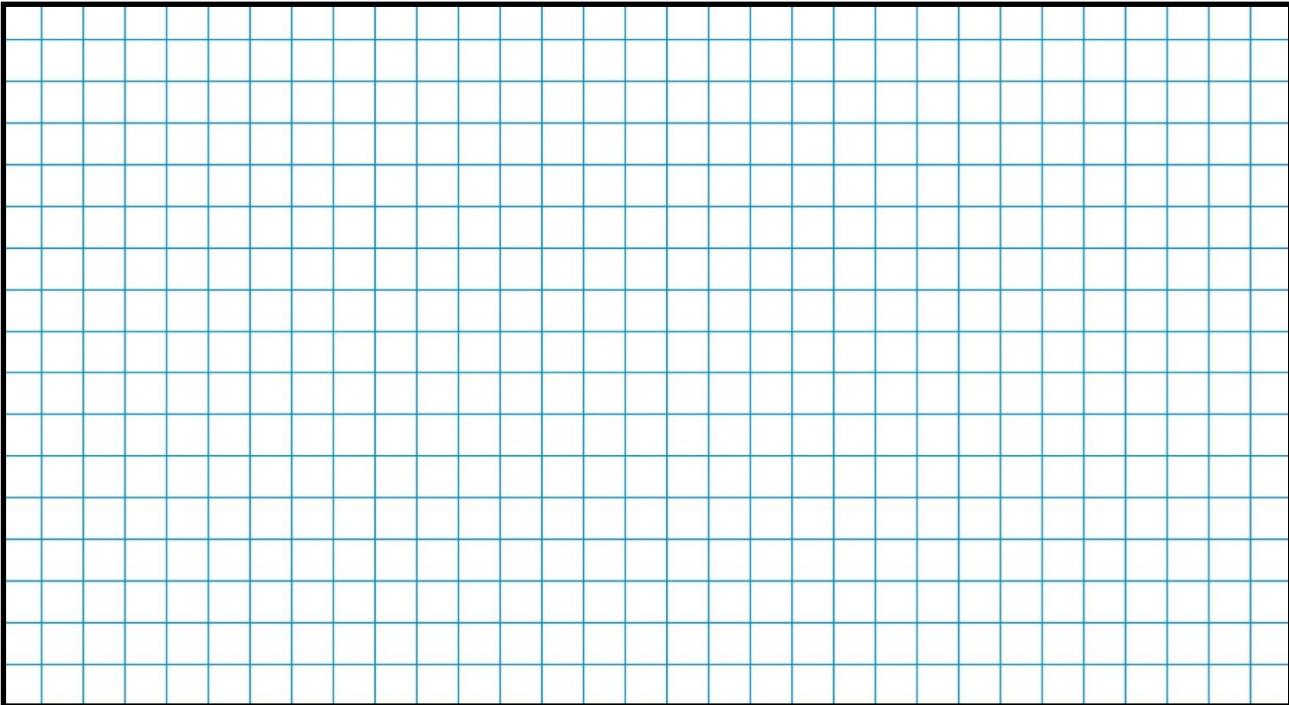
- 1.0** Zwei Körper der Massen $m_1 = 1,0 \text{ kg}$ (Körper 1) und $m_2 = 1,5 \text{ kg}$ (Körper 2) sowie den Geschwindigkeitsbeträgen $v_1 = 5,0 \text{ m/s}$ und $v_2 = 4,0 \text{ m/s}$ prallen unter einem Winkel des Betrages 75° unelastisch aufeinander. Beide Körper rutschen danach auf Glatteis (Reibungszahl $\mu=0,01$) über eine horizontal ausgerichtete Strecke von $5,0 \text{ m}$, stürzen anschließend am Brückenrand eine Brücke herab und fallen schließlich $5,0 \text{ m}$ tief.
- 1.1** Berechnen Sie, mit welchem Geschwindigkeitsbetrag sich beide Körper unmittelbar nach dem Stoß bewegen.

A

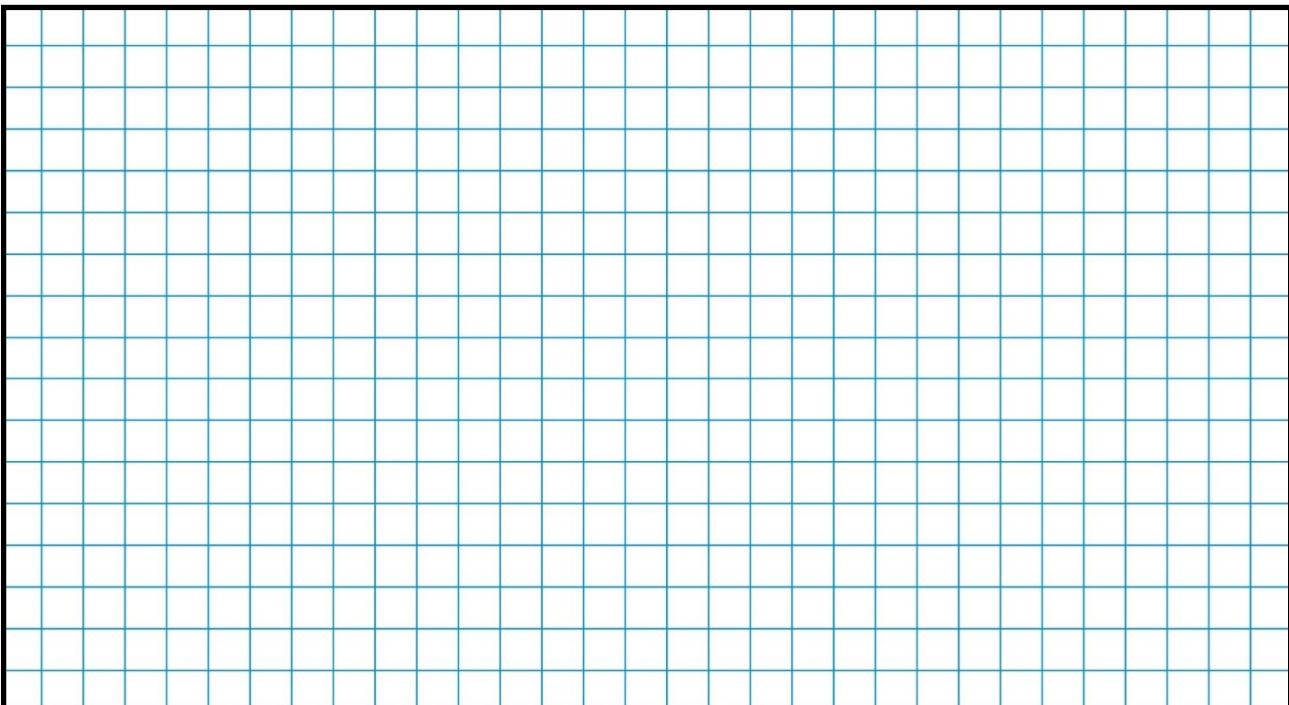
Unter Prüfungsbedingungen sollten Sie diese Aufgabe in etwa 60 Minuten gelöst haben.



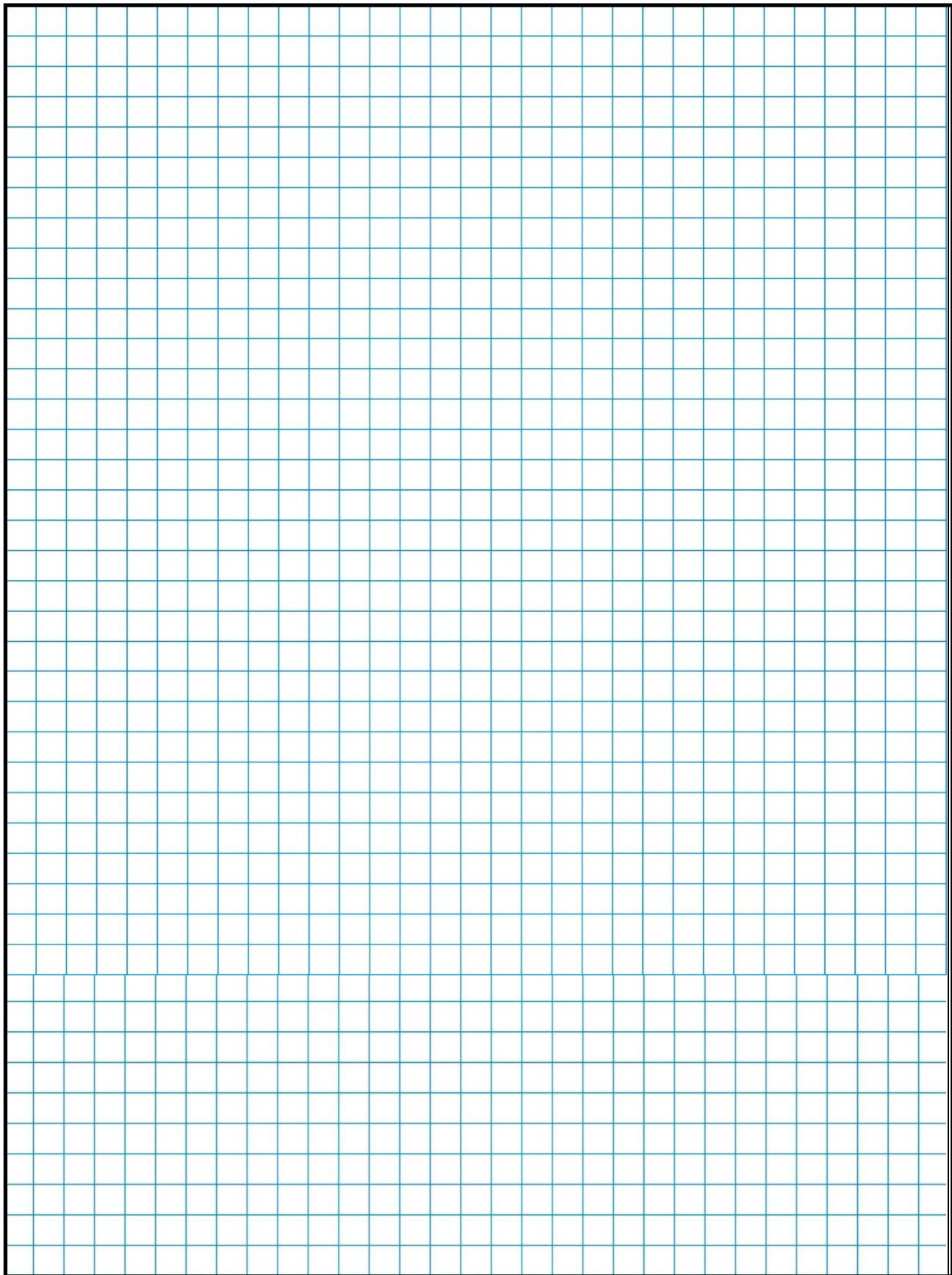
- 1.2** Berechnen Sie den Betrag des Winkels (Winkelabstand) zwischen den Bewegungsrichtungen von Körper 1 vor und nach dem Stoß.



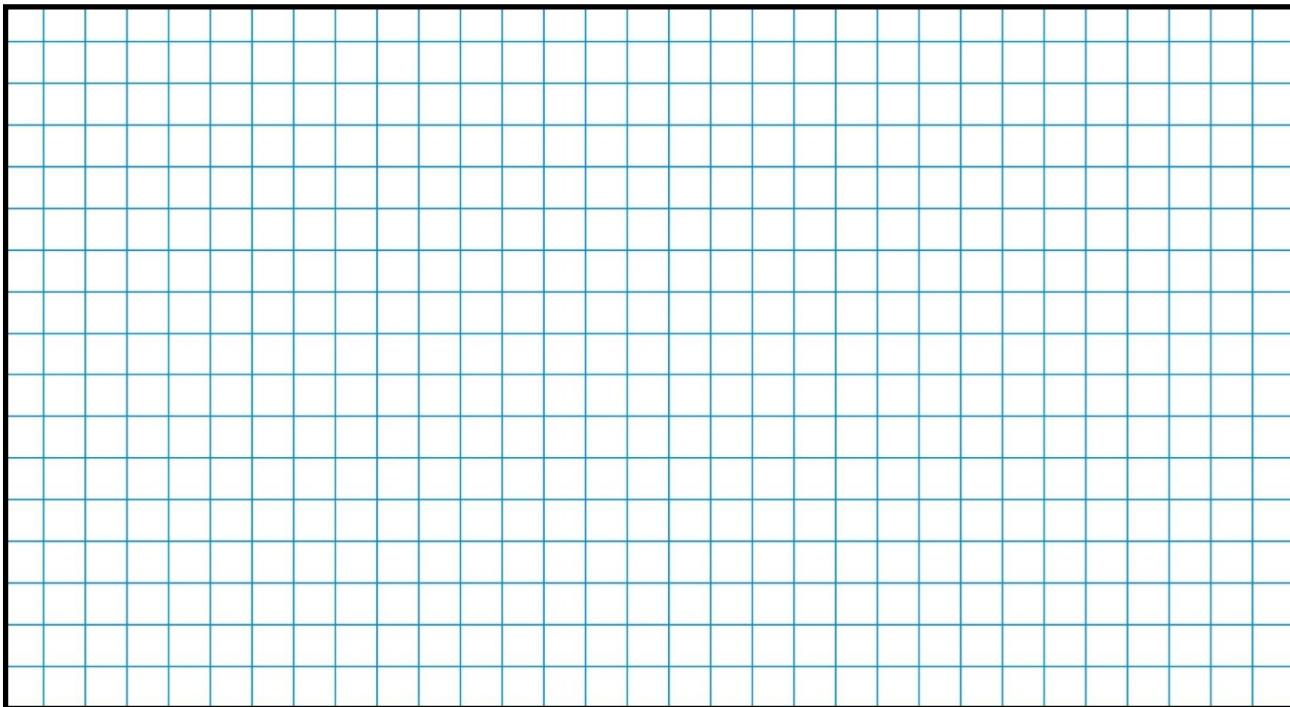
- 1.3** Berechnen Sie den Betrag der Geschwindigkeit, mit der beide Körper den Brückenrand erreichen.



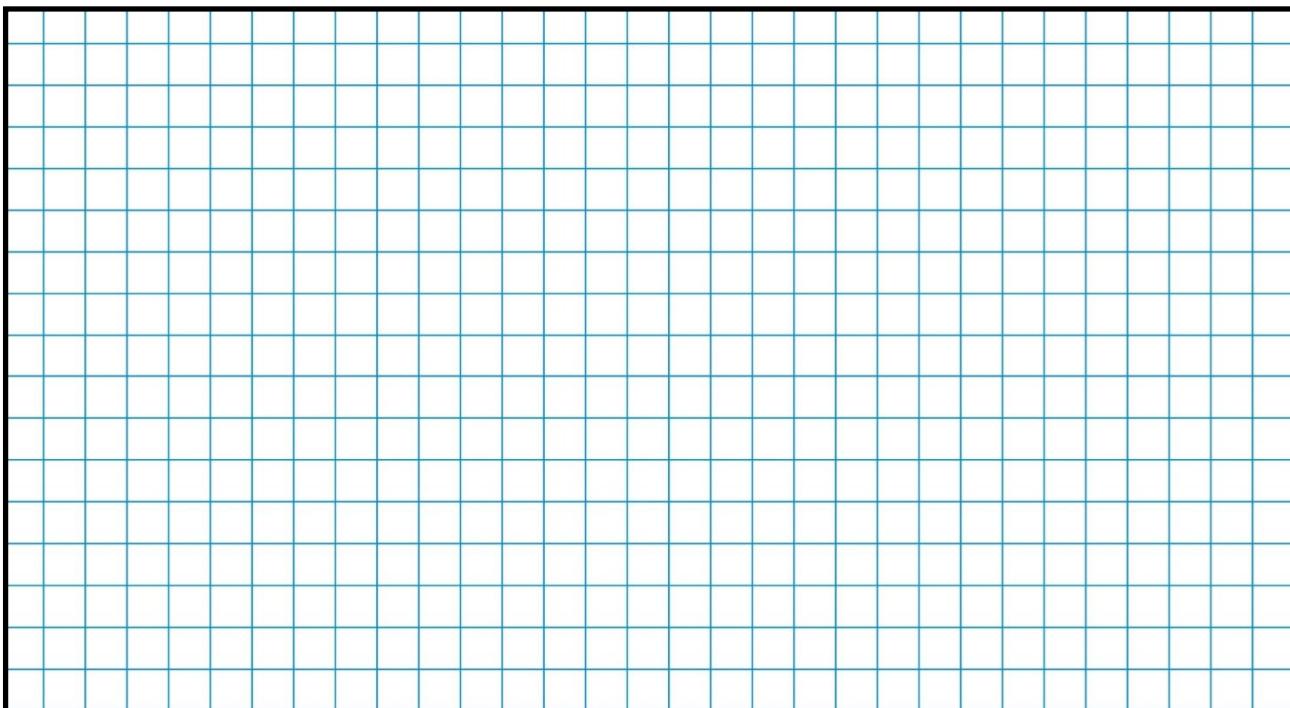
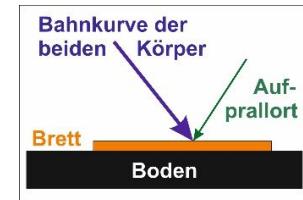
- 1.4** Berechnen Sie den horizontalen Abstand zwischen Brückenrand und Aufprallort.



1.5 Berechnen Sie den Betrag des Aufprallwinkels.



- 1.6** Die beiden Körper prallen auf ein auf dem Boden liegendes, horizontal ausgerichtetes Brett der Masse $m_B=1,0\text{ kg}$ (siehe Abbildung rechts; Abbildung nicht maßstabsgetreu), das durch den Aufprall einen Kraftstoß in horizontale Richtung erfährt. Berechnen Sie den Betrag dieses Kraftstoßes.



Musterlösung

- 1.0** Zwei Körper der Massen $m_1 = 1,0 \text{ kg}$ (Körper 1) und $m_2 = 1,5 \text{ kg}$ (Körper 2) sowie den Geschwindigkeitsbeträgen $v_1 = 5,0 \text{ m/s}$ und $v_2 = 4,0 \text{ m/s}$ prallen unter einem Winkel des Betrages 75° unelastisch aufeinander. Beide Körper rutschen danach auf Glatteis (Reibungszahl $\mu=0,01$) über eine horizontal ausgerichtete Strecke von $5,0 \text{ m}$, stürzen anschließend am Brückenrand eine Brücke herab und fallen schließlich $5,0 \text{ m}$ tief.

- 1.1** Berechnen Sie, mit welchem Geschwindigkeitsbetrag sich beide Körper unmittelbar nach dem Stoß bewegen.

geg.: $m_1 = 1,0 \text{ kg}$ $v_1 = 5,0 \text{ m/s}$ $a_1 = 0^\circ$ $\mu = 0,01$ $\Delta s = 5,0 \text{ m}$
 $m_2 = 1,5 \text{ kg}$ $v_2 = 4,0 \text{ m/s}$ $a_2 = 75^\circ$ $h = 5,0 \text{ m}$

unelastischer Stoß

ges.: u

Ansatz: $\vec{p}_1 = m_1 v_1 \begin{pmatrix} \cos(0^\circ) \\ \sin(0^\circ) \end{pmatrix} =$

$$\begin{pmatrix} 5,0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\vec{p}_2 = m_2 v_2 \begin{pmatrix} \cos(75^\circ) \\ \sin(75^\circ) \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 1,553 \\ 5,796 \end{pmatrix} \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

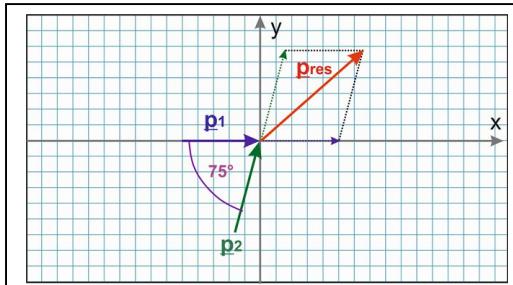


Diagramm mit den Vektoren \vec{p}_1 , \vec{p}_2 und \vec{p}_{res} sowie dem Winkel $\alpha=75^\circ$. Die Graphik ist maßstabsgetreu, d.h. die in den Teilaufgaben 1.1. und 1.2 zu berechnenden Ergebnisse lassen sich mit dieser Graphik überprüfen.

Achten Sie darauf:

geg.:

ges.:

Ansatz:

Antwort:

Eine graphische Darstellung wie links wiedergegeben (zumindest als Skizze), kann dabei helfen, den gesuchten Lösungsweg zu finden – auch wenn sie nicht ausdrücklich gefragt ist.

$$\vec{p}_{\text{ges}} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \begin{pmatrix} 5,0 + 1,553 \\ 0 + 5,796 \end{pmatrix} \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} = \begin{pmatrix} 6,553 \\ 5,796 \end{pmatrix} \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} \rightarrow$$

$$p_{\text{ges}} = |\vec{p}_{\text{ges}}| = \sqrt{(6,553 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 + (5,796 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}})^2} = 8,7481 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} \rightarrow$$

$$u = \frac{p_{\text{ges}}}{m_{\text{ges}}} = \frac{p_{\text{ges}}}{m_1 + m_2} = \frac{8,7481 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2,5 \text{ kg}} = 3,49924 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \underline{\underline{3,5}} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Achten Sie auf eine sinnvolle Rundung des Ergebnisses.

Antwort: Unmittelbar nach dem Stoß bewegen sich beide Körper mit der gleichen Geschwindigkeit des Betrages $3,5 \text{ m/s}$.

1.2 Berechnen Sie den Betrag des Winkels (Winkelabstand) zwischen den Bewegungsrichtungen von Körper 1 vor und nach dem Stoß.

ges.: $\alpha(\vec{p}_1, \vec{p}_{res})$

Ansatz: $\alpha(\vec{p}_1, \vec{p}_{res}) =$

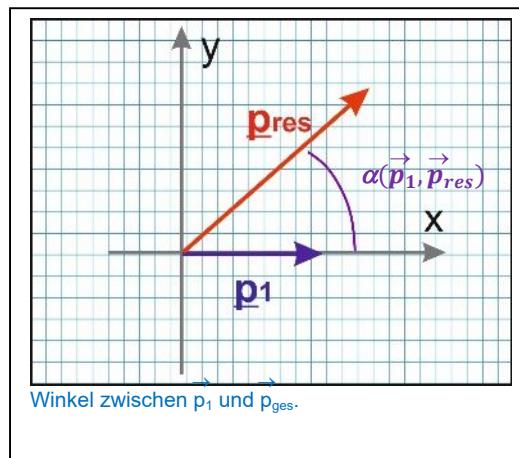
$$(mit \vec{p}_{res} = \begin{pmatrix} 6,553 \\ 5,796 \end{pmatrix} \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}})$$

$$\text{ArcTan}\left[\frac{5,796 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}}{6,553 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}}\right] =$$

$$\text{ArcTan}[0,8844] =$$

$$41,4903^\circ \rightarrow$$

$$\alpha(\vec{p}_1, \vec{p}_{res}) = \underline{41,5^\circ}$$



Hier ist der Winkel im **Gradmaß** [Winkelheit: **D**egree] gefragt:
Achten Sie auf die korrekte Einstellung des Taschenrechners!

Unterstreichen Sie das gesuchte Endergebnis!

Antwortsatz nicht vergessen!

Antwort: Körper 1 wird durch den Stoß um $41,5^\circ$ abgelenkt.

1.3 Berechnen Sie den Betrag der Geschwindigkeit, mit der beide Körper den Brückenrand erreichen.

ges.: v

Ansatz: $2 a (x-x_0) = v^2 - v_0^2$ mit $a = -\mu g$

$$\begin{aligned} \text{Hier:} \quad x-x_0 &= \Delta s \\ v_0 &= u \end{aligned}$$

Verzögerung: a<0

$$2 a \Delta s = v^2 - u^2$$

$$v = \sqrt{-2 \mu g \Delta s + u^2} = \sqrt{-2 \cdot 0,01 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5,0 \text{ m} + (3,5 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2} =$$

$$3,3569 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \underline{\underline{3,36 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

Verwenden Sie im Ansatz die Gleichung, die Sie –sofern geschehen – der Formelsammlung entnommen haben (hier:
 $2 a (x-x_0) = v^2 - v_0^2$). Setzen Sie erst dann die Symbole aus der Aufgabe in diesen Ansatz (hier:
 $a = -\mu g$,
 $x-x_0 = \Delta s$ und
 $v_0 = u$)

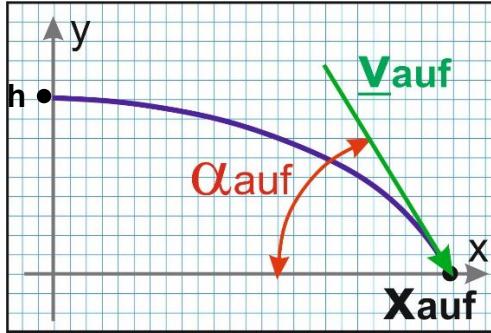
Antwort: Die beiden Körper erreichen den Rand der Brücke mit einer Geschwindigkeit des Betrages $v = 3,36 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

1.4 Berechnen Sie den horizontalen Abstand zwischen Brückenrand und Aufprallort.

Waagrechter Wurf – Zum Zeitpunkt $t=0$ beginnt der waagrechte Wurf

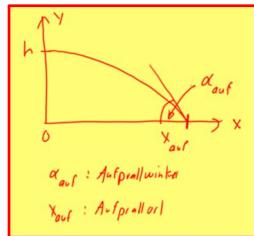
ges.: x_{auf}

Graphische Darstellung der parabelförmigen Ortskurve bei einem waagrechten Wurf.
h: Abwurfhöhe
 x_{auf} : Aufprallort
 v_{auf} : Aufprallgeschwindigkeit (vektoriell)
 α_{auf} : Aufprallwinkel



Den **waagrechten Wurf** haben Sie bereits im Physik-Unterricht kennengelernt.

Eine Graphik ist **nicht** gefragt. Sinnvoll ist aber eine **Skizze z.B. auf dem Konzeptpapier** (siehe zum Beispiel Abbildung unten).



Ansatz: $x = v t$ (1) *(Ortsgleichung in der Horizontalen)*

$y = h - \frac{1}{2} g t^2$ (2) *(Ortsgleichung in der Vertikalen)*

Aufprall zum Zeitpunkt t_{auf} : $y = 0 \rightarrow$

(2) $t_{\text{auf}} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ (3) *Zeitpunkt des Aufpralles*

(3) in (1)

$$x_{\text{auf}} = v \sqrt{\frac{2h}{g}} = 3,36 \frac{m}{s} \sqrt{\frac{2 \cdot 5,0 \text{ m}}{9,81 \frac{m}{s^2}}} = 3,39238 \text{ m} = \underline{\underline{3,39}} \text{ m.}$$

Antwort: Die beiden Körper prallen nach 3,39 m auf den Boden.

1.5 Berechnen Sie den Betrag des Aufprallwinkels.

Der Aufprallwinkel ist gleich dem Betrag des kleinsten Winkels zwischen Geschwindigkeitsvektor und x-Achse am Aufprallpunkt.

ges.: a_{auf}

$$\underline{\text{Ansatz:}} \quad v_x(t) = v = 3,36 \frac{m}{s} \quad v_{x,auf} = 3,36 \frac{m}{s} \quad \rightarrow$$

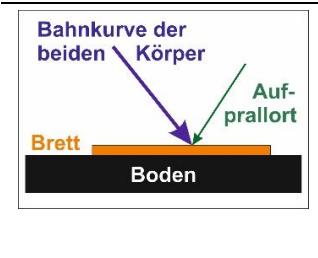
$$v_{x,auf} = 3,36 \frac{m}{s}$$

$$v_y(t) = g t \quad v_{y,auf} = g \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{2gh} \rightarrow$$

$$v_{y,auf} = 9,905 \frac{m}{s} \rightarrow$$

$$= \text{ArcTan} \left[\frac{9,905 \frac{m}{s}}{3,36 \frac{m}{s}} \right] = 71,2619^\circ = \underline{71,3^\circ}$$

Antwort: Die Körper prallen unter einem Winkel des Betrags $71,3^\circ$ auf dem Boden auf.



1.6 Die beiden Körper prallen auf ein auf dem Boden liegendes, horizontal ausgerichtetes Brett der Masse $m_B = 1,0 \text{ kg}$ (siehe Abbildung rechts; Abbildung nicht maßstabsgerecht), das durch den Aufprall einen Kraftstoß in horizontale Richtung erfährt. Berechnen Sie den Betrag dieses Kraftstoßes.

ges.: $k_{Brett,x}$

$$\underline{\text{Ansatz:}} \quad v_{aus} = \left(\begin{matrix} 3,36 \\ 9,905 \end{matrix} \right) \frac{m}{s} \quad \left(\begin{matrix} \text{Geschwindigkeit in x-Richtung} \\ \text{Geschwindigkeit in y-Richtung} \end{matrix} \right)$$

$$k_{Brett,x} = p_{Brett,x} = m_{ges} \cdot v_{aus} = 2,5 \text{ kg} \cdot 3,36 \frac{m}{s} = \underline{8,40} \text{ Ns}$$

Antwort: Das Brett erfährt durch die aufprallenden Körper einen Kraftstoß von $6,14 \text{ Ns}$ in horizontaler Richtung.

Achtung – Falle:
Die Masse m_B ist hier **nicht** wichtig!