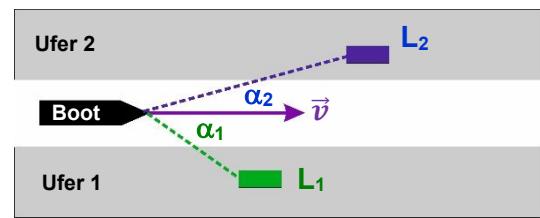


Aufgabe 02-13

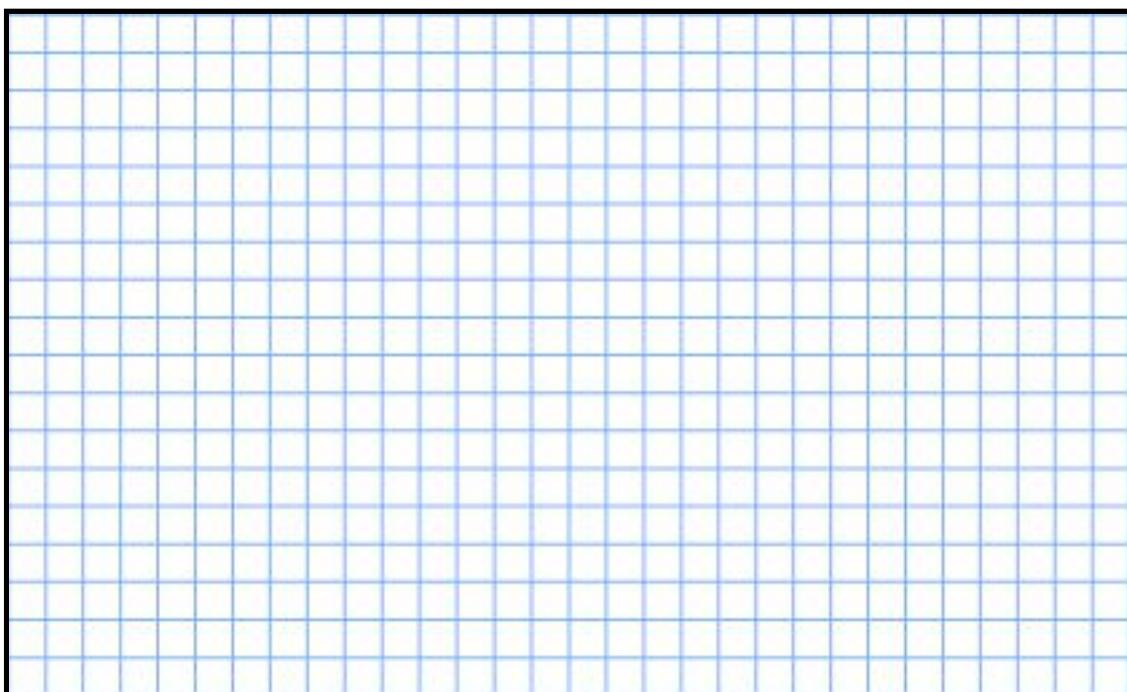
OOOO

Zerlegung von Vektoren**13.0**

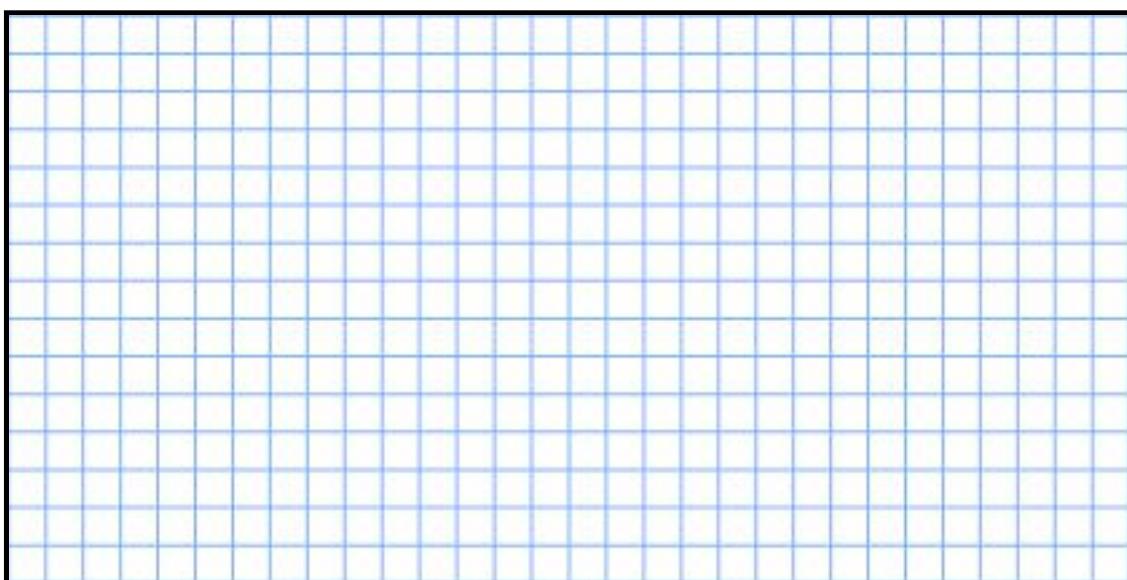
Ein Schiff soll mit Hilfe zweier leistungsstarker Lokomotiven L_1 und L_2 durch einen Kanal gezogen werden (siehe Skizze rechts). Dabei soll sich das Schiff mittig im Kanal und parallel zu den Uferlinien bewegen. Lokomotive 1 bringt in Richtung der Zugseiles 1 (---) eine Kraft von 100 kN auf. Der Winkelabstand zwischen der Fahrtrichtung des Bootes (\rightarrow) und Zugseil 1 beträgt $\alpha_1 = 35,0^\circ$. Aus technischen Gründen beträgt der Winkel zwischen Zugseil 2 (-----) und der Fahrtrichtung des Bootes $\alpha_2 = 15,0^\circ$.

**13.1**

Konstruieren Sie die Kräfte \vec{F}_1 und \vec{F}_2 , die die Lokomotiven aufbringen müssen. Ergänzen Sie die Konstruktion durch die Gesamtkraft \vec{F}_{ges} , die von beiden Lokomotiven zusammen aufgebracht wird. Verwenden Sie dazu die folgende Vorlage

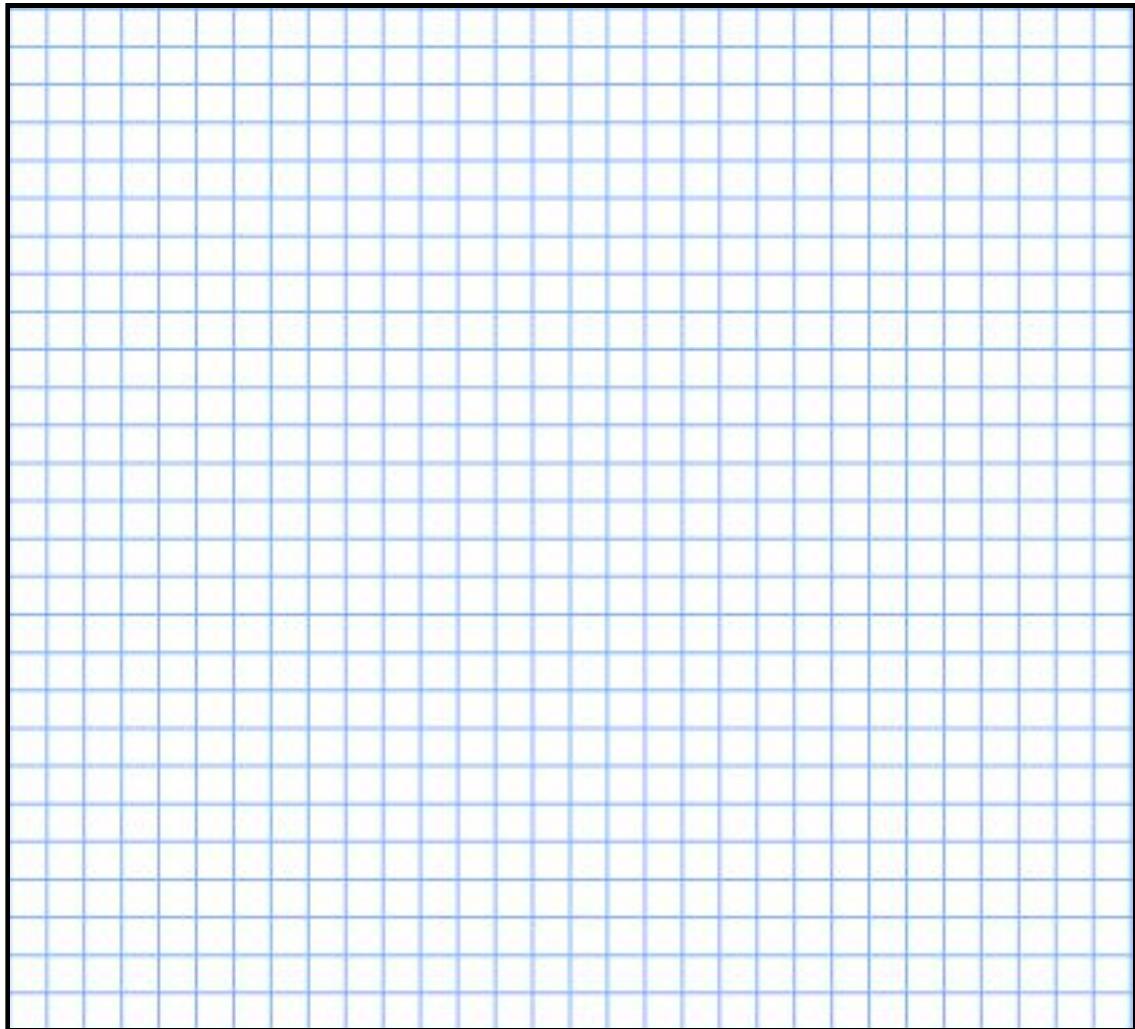
**13.2**

Ermitteln Sie mit Hilfe eines Kräfteplanes und dessen graphischer Auswertung die Beträge der Kräfte \vec{F}_1 , \vec{F}_2 und \vec{F}_{ges} . Verwenden Sie dazu die folgende Vorlage:



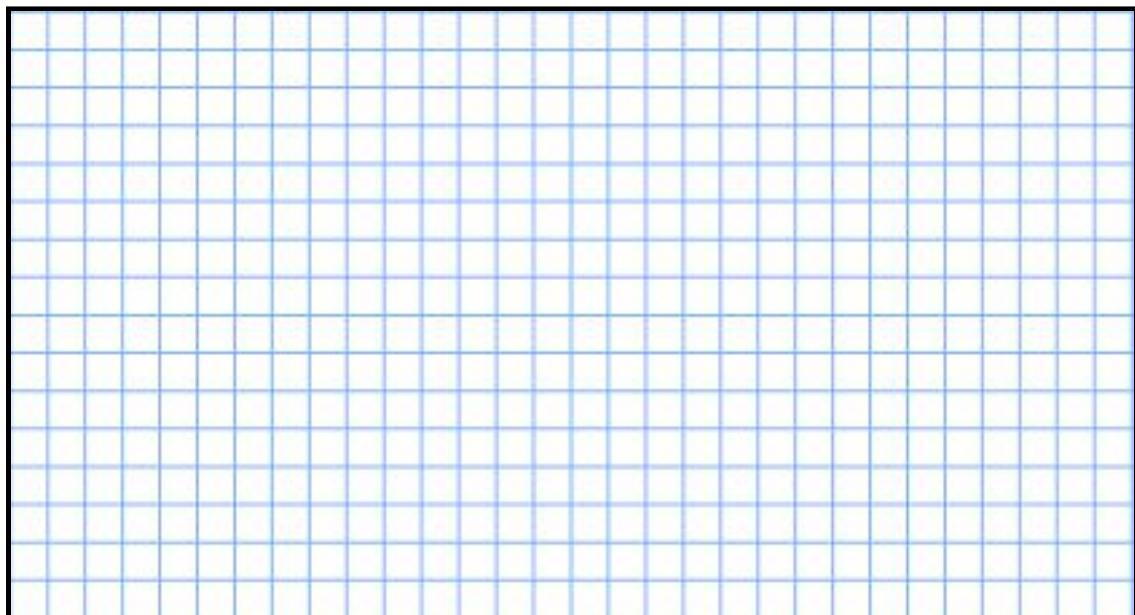
13.3

Berechnen Sie die Kräfte \vec{F}_1 , \vec{F}_2 und \vec{F}_{ges} sowie deren Beträge.



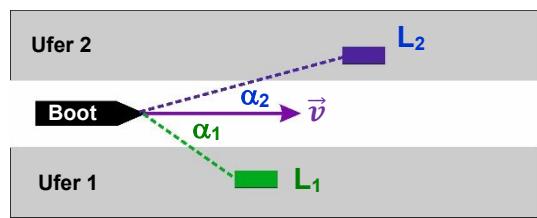
13.4

Vergleichen Sie die graphisch ermittelten Werte für die Kraftbeträge von \vec{F}_2 und \vec{F}_{ges} mit den entsprechenden, rechnerisch ermittelten Werten. Begründen Sie eventuelle Abweichungen. Schätzen Sie die Bedeutung dieser Abweichungen ein.

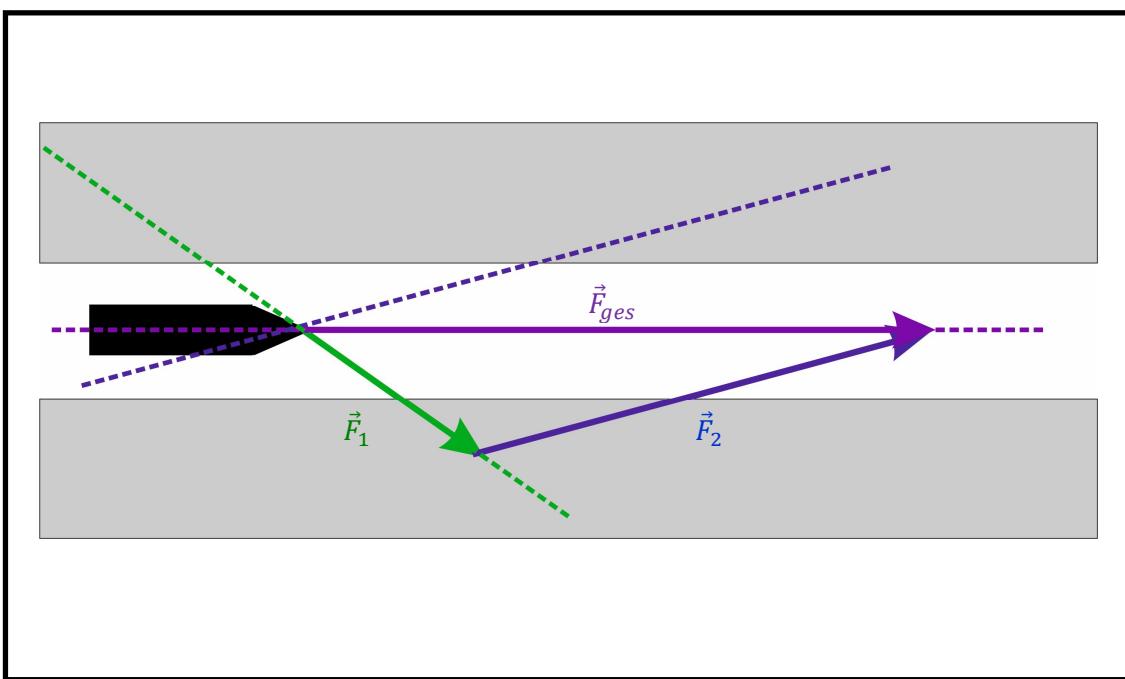


Musterlösung zu 02-13:

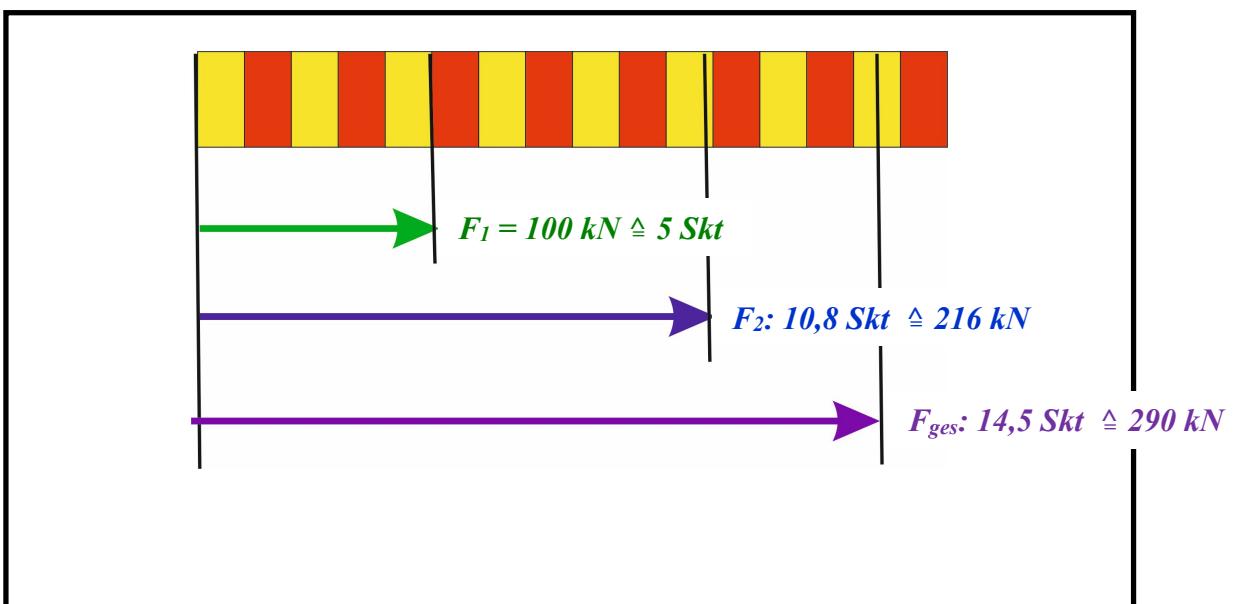
- 13.0 Ein Schiff soll mit Hilfe zweier leistungsstarker Lokomotiven L_1 und L_2 durch einen Kanal gezogen werden (siehe Skizze rechts). Dabei soll sich das Schiff mittig im Kanal und **parallel** zu den Uferlinien bewegen. Lokomotive 1 bringt in Richtung der Zugseile 1 (---) eine Kraft von **100 kN** auf. Der Winkelabstand zwischen der Fahrtrichtung des Bootes (\rightarrow) und Zugseil 1 beträgt $\alpha_1 = 35,0^\circ$. Aus technischen Gründen beträgt der Winkel zwischen Zugseil 2 (-----) und der Fahrtrichtung des Bootes $\alpha_2 = 15,0^\circ$.



- 13.1 **Konstruieren Sie** die Kräfte \vec{F}_1 und \vec{F}_2 , die die Lokomotiven aufbringen müssen. **Ergänzen Sie** die Konstruktion durch die **Gesamtkraft** \vec{F}_{ges} , die von beiden Lokomotiven zusammen aufgebracht wird. Verwenden Sie dazu die folgende Vorlage



- 13.2 **Ermitteln Sie** mit Hilfe eines Kräfteplanes und dessen **graphischer Auswertung** die **Beträge** der Kräfte \vec{F}_1 , \vec{F}_2 und \vec{F}_{ges} . Verwenden Sie dazu die folgende Vorlage:



13.3

Berechnen Sie die Kräfte \vec{F}_1 , \vec{F}_2 und \vec{F}_{ges} sowie deren Beträge.

$$\text{Geg.: } \vec{F}_1 = F_1 \begin{pmatrix} \cos(\alpha_1) \\ \sin(\alpha_1) \end{pmatrix} = 10^5 \begin{pmatrix} \cos(-35^\circ) \\ \sin(-35^\circ) \end{pmatrix} N = \begin{pmatrix} 81915,204 N \\ -57357,644 N \end{pmatrix}$$

$$\vec{F}_2 = F_2 \begin{pmatrix} \cos(\alpha_2) \\ \sin(\alpha_2) \end{pmatrix} = F_2 \begin{pmatrix} \cos(15^\circ) \\ \sin(15^\circ) \end{pmatrix} = F_2 \begin{pmatrix} 0,966 \\ 0,259 \end{pmatrix}$$

$$\text{Ansatz: } \vec{F}_{ges} = F_{ges} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \begin{pmatrix} 81915,204 N \\ -57357,644 N \end{pmatrix} + F_2 \begin{pmatrix} 0,966 \\ 0,259 \end{pmatrix} = F_{ges} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \vec{F}_{ges}$$

$$-57357,644 N + 0,259 F_2 = 0 \quad \rightarrow F_2 = 221613 N \quad (1)$$

$$81915,204 N + 0,966 F_2 = 81915,204 N + 214062 N = F_{ges} \rightarrow$$

$$F_{ges} = 295977 N \quad (2)$$

$$\vec{F}_1 = \begin{pmatrix} 81915 \\ -57357 \end{pmatrix} N \quad \vec{F}_2 = \begin{pmatrix} 214062 \\ 57357 \end{pmatrix} N \quad \vec{F}_{ges} = \begin{pmatrix} 295977 \\ 0 \end{pmatrix} N$$

↓

↓

↓

$$F_1 = 100000 N$$

$$F_2 = 221613 N$$

$$F_{ges} = 295977 N$$

$$F_1 = 100 kN$$

$$F_2 = 222 kN$$

$$F_{ges} = 296 kN \quad \text{gerundet}$$

13.4

Vergleichen Sie die graphisch ermittelten Werte für die Kraftbeträge von \vec{F}_2 und \vec{F}_{ges} mit den entsprechenden, rechnerisch ermittelten Werten. Begründen Sie eventuelle Abweichungen. Schätzen Sie die Bedeutung dieser Abweichungen ein.

Werte aus Teilaufgaben 13.2 und 13.3:

	Rechnerisch (gerundet)	Graphisch	Abweichungen (Betrag)	Abweichung in % gegenüber rechnerischem Wert
F_2	222 kN	216 kN	6 kN	2,70 %
F_{ges}	296 kN	290 kN	6 kN	2,04 %

Die berechneten bzw. graphisch ermittelten Werte sind mit drei signifikanten Stellen anzugeben. Da die letzte Stelle die „unsichere“ Stelle ist, sollten die Abweichungen zwischen den berechneten und den graphisch ermittelten Werten bei 1 kN liegen. Die tatsächlichen Abweichungen sind mit 6 kN allerdings größer. Die Ursache dafür dürfte bei den Konstruktionen (13.1) und den Ermittlungen der Betragswerte (13.2) liegen.