Rundung von Ergebnissen im Physik-Unterricht

Im Mathematik-Unterricht gelten andere Rundungsregeln

In der Physik wird – im Gegensatz zur Mathematik – mit **Messwerten** gearbeitet. Die **Genauigkeit von Messwerten** hängt davon ab, wie exakt die eingesetzte **Messapparatur** und das damit verbundene **Messverfahren** arbeitet. Beispiele zur Messung von **Strecken** $\Delta s = s_2 - s_1$ (s_1: Ortspunkt des Startes; s_2: Ortspunkt des Zieles):

Das Messverfahren bestimmt die Genauigkeit der Messung und damit des Meßwertes

Messung 1: Messung von Strecken

Messverfahren	**Messmethode**	**Genauigkeit von Δs**
Auto-Kilometerzähler	Reifenumdrehung	$10 \cdots 100\ m$
Zentimetermaß	Skalierung	$\frac{1}{1.000}\ m = 1\ mm$
Messschieber	Skalierung	$\frac{1}{10.000}\ m = 0,1\ mm$
Interferometer	Licht	$\frac{1}{1.000.000.000}\ m = 1 \cdot 10^{-9}\ m = 1\ nm$

Auch zur Messung von Zeitdauern gibt es verschiedene Verfahren mit verschiedenen Genauigkeiten. Beispiele zur Messung von **Zeitdauern** $\Delta t = t_2 - t_1$ (t_1: Zeitpunkt des Startes; t_2: Zeitpunkt des Zieles):

Messung 2: Messung von Zeitdauern

Messverfahren	**Messmethode**	**Genauigkeit von Δt**
Sanduhr	Rieselnder Sand	$0,5 \cdots 10\ min$
Armbanduhr	Uhrwerk	$1\ s$
Stoppuhr	Uhrwerk	$\frac{1}{10}\ s = 0,1\ s$
Atomuhr	Atom	$\frac{1}{1.000.000.000}\ s = 1 \cdot 10^{-9}\ s = 1\ ns$

Will man die **Durchschnittsgeschwindigkeit** v ermitteln, die man braucht, um von einem Ortspunkt s_1 zu einem Ortspunkt s_2 zu gelangen, muß man die Strecke $\Delta s = \overline{s_1 s_2} = s_2 - s_1$ und die dazu benötigte Zeitdauer $\Delta t = t_2 - t_1$ messen. Es gilt: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$. Die **Genauigkeit der aus den Messwerten Δs und Δt zusammengesetzten Durchschnittsgeschwindigkeit** v hängt dabei von der Genauigkeit der gemessenen Strecke Δs **und** der gemessenen (Zeit-)Dauer Δt ab. Beispiel:

Die Genauigkeit einer aus mehreren Messwerten zusammengesetzten Größe hängt von den Genauigkeiten der einzelnen Messwerte ab

Berechnung: Berechnung der Durchschnittsgeschwindigkeit v

Nr.	**Strecke Δs**	**Dauer Δt**	**Geschwindigkeit $v = \frac{\Delta s}{\Delta s}$**
(1)	$1,0\ km$	$20\ s$	$50\ \frac{m}{s}$
(2)	$1000,0\ m$	$20\ s$	$50\ \frac{m}{s}$
(3)	$1000,0\ m$	$20,000\ s$	$50,000\ \frac{m}{s}$

In diesen drei Berechnungen werden die Strecken Δs und die Dauern Δt mit unterschiedlichen Genauigkeiten in die Gleichung $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ zur Berechnung zur Berechnung der Geschwindigkeit eingesetzt. Zu den einzelnen Berechnungen:

Nr. (1): Die gemessene Strecke ist mit $\Delta s = 1,0\ km$ vergleichsweise **ungenau** gemessen; Die gemessene Dauer ist mit $\Delta t = 20\ s$ ebenfalls vergleichweise **ungenau** gemessen. Mit diesen Werten läßt sich auch die Geschwindigkeit $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{1,0\ km}{20\ s} = 50\ \frac{m}{s}$ ebenfalls nur vergleichsweise **ungenau** angeben.

Nr. (2): Die gemessene Strecke ist mit $\Delta s = 1000,0\ km$ zwar vergleichsweise **genau** gemessen, **allerdings** ist die gemessene Dauer ist mit $\Delta t = 20\ s$ deutlich **ungenauer**. Durch die ungenauere Messung der Dauer Δt kann daher auch die Geschwindigkeit $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{1000,0\ m}{20\ s} = 50\ \frac{m}{s}$ nur vergleichsweise **ungenau** angegeben werden.

Nr. (3): Die gemessene Strecke ist mit $\Delta s = 1000,0\ km$ vergleichsweise **genau** gemessen; Die gemessene Dauer ist mit $\Delta t = 20,000\ s$ ebenfalls vergleichsweise **genau** gemessen. Mit diesen genauen Werten läßt sich auch die Geschwindigkeit $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{1000,0\ m}{20.000\ s} = 50,000\ \frac{m}{s}$ **genauer** angeben.

Genauigkeit von Ausgangsgrößen und Ergebnis

Die Berechnungsbeispiele zeigen: Wenn in einer Gleichung mehrere **Ausgangs-Größen** (z.B. Δs und Δt) durch Berechnung zu einer **Ergebnis-Größe** (z.B. $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$) zusammengefasst werden, **hängt die Genauigkeit der Ergebnis-Größe von den Genauigkeiten der einzusetzenden Ausgangs-Größen ab**.

Genauigkeit und signifikante Stellen

Je genauer der Messwert einer Größe ist, desto mehr Stellen werden angegeben.

Je größer die Genauigkeit der Wert einer Größe ist, desto mehr signifikante Stellen werden bei der Angabe dieses Wertes aufgeschrieben

Beispiel: Die tatsächliche Länge eines Stabes betrage **exakt** $1\ m$. Mit **Messverfahren unterschiedlicher Genauigkeit** wird die Länge dieses Stabes gemessen. Je nach Genauigkeit des eingesetzten Messverfahrens werden die Werte mit unterschiedlicher Anzahl an Ziffern (**Anzahl signifikanter Stellen**) angegeben. Die letzte (hinterste) Stelle gilt dabei als die **unsichere Stelle**, deren **Ziffer** sich aufgrund der Mess-Ungenauigkeit um ± 1 ändern kann: **Je mehr signifikante Stellen** die Angabe eines Wertes enthält, **desto genauer** ist **der Wert** der Größe bekannt:

Genauigkeit	Angabe	Anzahl signifikanter Stellen
$1\ m$	$1\ m$	1 signifikante Stelle
$1\ dm$	$1,0\ m$	2 signifikante Stellen
$1\ cm$	$1,00\ m$	3 signifikante Stellen
$1\ mm$	$1,000\ m$	4 signifikante Stellen

Kleinste Anzahl signifikanter Stellen der Ausgangsgrößen

Werden zur Berechnung einer Ergebnis-Größe ein oder mehrere Ausgangs-Größen benötigt, müssen zuerst die **Anzahlen an signifikanten Stellen** (Genauigkeiten) **aller** Ausgangs-Größen bestimmt werden. Aus diesen Anzahlen signifikanter Stellen wird die **kleinste** Anzahl des **un**genauesten Wertes bestimmt:

Genauigkeit des Ergebnisses

Die Genauigkeit des ungenauesten Ausgangs-Wertes bestimmt die Genauigkeit der Ergebnis-Größe:

Signifikante Stellen des Ergebnisses

Die **kleinste Anzahl der signifikanten Stellen bei den Ausgangs-Größen** wird als **Anzahl der signifikanten Stellen der Ergebnis-Größe** verwendet.

Zu berücksichtigende Ausgangsgrößen

Dabei sind **nur** die **Ausgangs-Größen** zu berücksichtigen, **die** auch wirklich **in** die **Ergebnis-Größe einfließen**. Sollte beispielsweise eine Aufgabenstellung einen Wert enthalten, der für Berechnung des Ergebnisses **nicht** gebraucht wird, bleibt dieser Wert **un**berücksichtigt.

Führende Nullen werden nicht berücksichtigt

Als **führende Nullen** werden Nullen einer Zahlenangabe bezeichnet, vor denen keine von Null verschiedene Ziffer steht. Diese führenden Nullen tragen **nicht** zu genaueren Darstellung des Wertes bei. Beispiel:

Angabe	Anzahl signifikanter Stellen
$\underline{1}\ mm$	$\underline{1}$ signifikante Stelle
$0,\underline{1}\ cm$	$\underline{1}$ signifikante Stelle
$0,0\underline{1}\ dm$	$\underline{1}$ signifikante Stelle
$0,00\underline{12}\ m$	$\underline{2}$ signifikante Stellen

Mathematische und physikalische Konstanten

In vielen physikalischen Rechnungen sind **mathematische Konstanten** (wie z.B. die Kreiszahl $\pi = 3,1415\cdots$) oder **physikalische Konstanten** (wie z.B. der Ortsfaktor $g = 9,81\ \frac{m}{s^2}$) enthalten. Werden Konstanten in eine Gleichung zur Berechnung eines Ergebnisses verwendet, sind diese bei der Ermittlung der signifikanten Stellen **mit zu berücksichtigen**.

Ganze Zahlen

Ist in einer Aufgabe beispielsweise von einer Anzahl an Körpern die Rede, wird diese Anzahl in aller Regel mit einer **ganzen Zahl** angegeben (z.B. Anzahl $n = 5$ gleicher Kugeln der Einzelmassen $m = 1,00\ kg$). Da es sich hier bei n um eine ganze Zahl handelt ($n \in \mathbb{N}$), ist dieser Wert **exakt** bekannt und wird bei der Bestimmung der signifikanten Stellen **nicht** berücksichtigt (die Gesamtmasse M aller n Kugeln ergibt sich zu $M = n \cdot m = 5 \cdot 1,00\ kg = 5,00\ kg$ und **nicht** $5\ kg$).

Definierte Werte

In einigen Aufgaben finden Sie Formulierungen wie "ein Körper der Masse m wird zum Zeitpunkt $t = 0$ losgelassen" oder "zum Zeitpunkt $t = 0$ befindet sich ein Auto am Koordinatenursprung $s = 0$". Bei diesen Werten handelt es sich um festgelegte (**definierte**) Werte. Der Koordinatenursprung beispielsweise ist dadurch definiert, dass dort der Skalenwert **identisch** 0 ist und **nicht** "ziemlich genau 0".

Zehnerpotenzen

Physikalische Größen werden oft in der exponentiellen Schreibweise angegeben. Beispiel: $1\ mm = \underline{1 \cdot 10^{-3}\ m}$ oder $c = 299792458\ \frac{m}{s} = \underline{2,99792458 \cdot 10^{8}}\ \frac{m}{s}$ (Lichtgeschwindigkeit im Vakuum). Die Exponenten (die "Hochzahlen" von 10) wirken sich **nicht** auf die Genauigkeit des Wertes aus.

Zwischenergebnisse innerhalb von Teilaufgaben werden nicht gerundet. Endergebnisse werden immer gerundet

Grundsätzlich werden **nur** die in Teilaufgaben oder Aufgaben erfragten **Endergebnisse auf** die **richtige Anzahl signifikanter Stellen gerundet**. **Zwischen**ergebnisse, nach denen **nicht** ausdrücklich gefragt ist, müssen Sie dagegen **mit mehr signifikanten Stellen angeben**, um bei der weiteren Verrechnung solcher Zwischenergebnisse **Rundungsfehler** zu vermeiden.

Rundung von Ergebnissen

Die erfragten Ergebnisse von Aufgaben oder Teilaufgaben werden auf die richtige Anzahl signifikanter Stellen **kaufmännisch gerundet**. Beispiele:

Ungerundeter Wert	Signifikante Stellen	Gerundeter Wert
$2,99792458 \cdot 10^{8}\ \frac{m}{s}$	2	$3,0 \cdot 10^{8}\ \frac{m}{s}$
$2,99792458 \cdot 10^{8}\ \frac{m}{s}$	4	$2,998 \cdot 10^{8}\ \frac{m}{s}$
$3,7491$	2	$3,7$
$3,7491$	3	$3,75$
$3,7491$	4	$3,749$
$3,5000$	1	4
$3,5000$	2	$3,5$
$3,5000$	4	$3,500$
$3,0051$	4	$3,005$

Angabe von Ergebnissen immer als Dezimalbruch

Viele Taschenrechner bieten die Möglichkeit an, Ergebnisse als Bruch (z.B. $2 : 18 = \frac{1}{9}$) oder als Dezimalbruch (z.B. $2 : 18 = 0,111111$) darzustellen. **Geben Sie in der Physik alle Berechnungen und Ergebnisse immer als Dezimalbruch an !**

Verwendung von Ergebnissen in Folgeaufgaben

Wird in einer Teilaufgabe auf das **Ergebnis einer vorhergehende (Teil-)Aufgabe** zurückgegriffen, ist dieses **Ergebnis aus der vorhergehenden Aufgabe in der korrekt gerundeten Form** zu verwenden.

Angabe von Ergebnissen im Angabenblatt von Prüfungsaufgaben

Bei Prüfungsaufgaben wird gelegentlich das Ergebnis einer Teilaufgabe angegeben, damit in den folgenden Teilaufgaben mit dem richtigen Wert weitergerechnet wird. **Wird in einer Aufgabenstellung einer Prüfungsarbeit ein** solches**Ergebnis angegeben, ist immer mit diesem Wert weiterzurechnen**. Bei der Rundung der weiteren Ergebnisse ist dieses angegebene Zwischenergebnis mit zu berücksichtigen.

Bewertung falscher signifikanter Stellen bei Prüfungsarbeiten

Näheres zur Bewertung von Rundungsfehlern erfahren Sie von Ihrem Physiklehrer

Wird das End-Ergebnis einer (Teil-)Aufgabe falsch gerundet angegeben, ist dies ein Fehler, der zum **Abzug einer Bewertungseinheit** führen kann. Bei Prüfungsaufgaben bedeutet dies unter Umständen auch die Herabwertung der Arbeit um einen Punkt. Bei Schul-, Kurz- oder Stegreifaufgaben wird eine wiederholte falsche Rundung als Wiederholungsfehler gewertet. Bei der **Abschlussprüfung** können bei wiederholten falschen Rundungen bis zu 2 Bewertungseinheiten abgezogen werden.

Achtung ! Geben Sie das Ergebnis auch ungerundet an !

Wenn Sie das **Ergebnis** rechnerisch ermittelt haben, geben Sie es **zuerst ungerundet und dann gerundet** an. **Unterstreichen** Sie das gerundete Ergebnis. Beispiel:

$$s = v \cdot t = 1,234\ \frac{m}{s} \cdot 2,6\ s = 3,2084\ m = \underline{3,2\ m}$$

Setzen Sie in die allgemeinen Lösungen der folgenden Aufgaben die entsprechenden Werte ein und geben Sie das Ergebnis richtig gerundet an.

Übungsaufgaben zur Rundung von Ergebnissen – berechnen Sie die Ergebnisse der folgenden Aufgaben und geben Sie jeweils das Ergebnis mit der richtigen Anzahl signifikanter Stellen an (die allgemeinen Lösungsgleichungen sind unterstrichen angegeben; Sie sollen hier lediglich die **Ausgangswerte in die Gleichungen einsetzen** und die Lösung mit dem **Taschenrechner** berechnen; Bearbeiten Sie daher alle Aufgaben, auch wenn Sie die eine oder andere Aufgabe fachlich nicht verstehen):

Aufgabe 1

Aufgabe 1: Ein Auto fährt 2-mal eine Strecke von $\Delta s = 10,0\ km$ und benötigt dafür eine Gesamtzeit von $\Delta t = 20\ min$. Berechnen Sie die Durchschnittsgeschwindigkeit $\underline{v = \frac{2 \cdot \Delta s}{\Delta t}}$ in $\frac{km}{h}$.

Aufgabe 2

Aufgabe 2: Berechnen Sie den Betrag $\underline{F_G = m \cdot g}$ der Gewichtskraft eines Auto der Masse $m = 1 \cdot 10^3\ kg$ (Ortsfaktor g siehe Formelsammlung, physikalische Konstanten).

Aufgabe 3

Aufgabe 3: In einer Teilaufgabe wurde die Abwurf-Geschwindigkeit eines nach oben geworfenen Balles der Masse $m = 0,50\ kg$ zu $v_0 = 20,0\ \frac{m}{s}$ berechnet. Berechnen Sie, welche maximale Höhe $\underline{h_0 = \frac{v_0^2}{2\ g}}$ der Ball erreicht (Ortsfaktor g siehe Formelsammlung, physikalische Konstanten).

Aufgabe 4

Aufgabe 4: In einem elektrischen Feld wird ein ruhendes Elektron durch die Spannung $U = 1,00 \cdot 10^3\ V$ auf die Geschwindigkeit $\underline{v = \sqrt{\frac{2 \cdot U \cdot e}{m_e}}}$ beschleunigt. Die Werte für die Elektronenmasse m_e und die Elementarladung e entnehmen Sie der Formelsammlung (physikalische Konstanten).

Aufgabe 5

Aufgabe 5: Eine Kugel der Masse $m = 1,5\ kg$ befindet sich am oberen Ende einer geneigten Ebene. Zum Zeitpunkt $t = 0$ beginnt die Kugel, aus dem Stand heraus mit der Beschleunigung $a = 5,000 \frac{m}{s^2}$ nach unten zu rollen. Nach der Zeitdauer $\Delta t = 2,000\ s$ erreicht die Kugel das untere Ende der geneigten Ebene. Berechnen Sie die Geschwindigkeit $\underline{v = a \cdot \Delta t}$ in $\frac{m}{s}$, mit der die Kugel das untere Ende der geneigten Ebene erreicht.

Aufgabe 6

Aufgabe 6: Ein elektrischer Leiter der Länge $\ell = 1,0\ dm$ bewegt sich durch ein homogenes Magnetfeld der Flussdichte des Betrages $B = 100\ mT$. Innerhalb des Feldes bewegt sich der Leiter vollständig mit konstanter Geschwindigkeit so, dass er in der Zeit $\Delta t = 1,000\ s$ eine Strecke von $\Delta s = 100\ mm$ zurücklegt. Berechnen Sie die Spannung $\underline{U = \frac{B \cdot \Delta s \cdot \ell}{\Delta t}}$, die zwischen den beiden Enden des Leiters induziert wird.

Aufgabe 7

Aufgabe 7: Ein Körper der Masse m bewegt sich mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega = 10,000\ s^{-1}$ auf einer Kreisbahn des Radius r. In einem Experiment wird der Radius r variiert und in Abhängigkeit von r der Betrag $F_Z = m \cdot \omega^2 \cdot r$ der Zentralkraft gemessen. Die Messung ergibt folgende Messreihe:

r/m	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00
F_Z/N	34,76	69,52	104,28	139,04	173,8

Die graphische Auswertung des Versuches bestätigt, dass der Zusammenhang zwischen r und F_Z proportional ist. Die graphische Auswertung ergibt weiterhin eine Steigung k der Ursprungsgeraden von $k = 174\ \frac{N}{m}$. Berechnen Sie mit Hilfe der Gleichung $\underline{m = \frac{k}{\omega^2}}$ die Masse m des Körpers .

Lösungen zu den Beispielaufgaben

Aufgabe 1:	$v = 60,00\ \frac{km}{h} = \underline{60\ \frac{km}{h}}$	**2** signifikante Stellen ($t = \underline{20}\ min$)
Aufgabe 2:	$F_G = 9810\ N = \underline{1 \cdot 10^4 N}$	**1** signifikante Stelle ($m = \underline{1} \cdot 10^3\ kg$)
Aufgabe 3:	$h = 20,3874\ m = \underline{20\ m}$	**2** signifikante Stellen ($m = 0,\underline{50}\ kg$)
Aufgabe 4:	$v = 1,87549 \cdot 10^7\ \frac{m}{s} = \underline{1,88 \cdot 10^7\ \frac{m}{s}}$	**3** signifikante Stellen ($U = 1,\underline{00} \cdot 10^3\ V$)
Aufgabe 5:	$v = 10,0000\ \frac{m}{s} = \underline{10,00\ \frac{m}{s}}$	**4** signifikante Stellen ($a = \underline{5,000}\ \frac{m}{s^2}$) Die Angabe der Masse m ist überflüssig
Aufgabe 6:	$U = 0,001000\ V = \underline{1,0\ mV}$	**2** signifikante Stellen ($\ell = \underline{1,0}\ dm$)
Aufgabe 7:	$m = 1,74\ kg = \underline{1,7\ kg}$	**2** signifikante Stellen (Genauigkeit der Messpunkte, die zur Berechnung von k verwendet werden. Achten Sie darauf, daß k nur ein Zwischenergebnis ist, das hier ungerundet wiedergegeben wird)