0-10 Steckbriefaufgaben

Aufgaben

Bearbeiten Sie alle folgenden Aufgaben der Reihe nach. Für die meisten dieser Aufgaben gibt es mehrere Lösungsansätze: Finden Sie diese heraus und bearbeiten Sie für jede Aufgabe alle von Ihnen gefdnenen Lösungsansätze bis zum Ergebnis.
Ab der Seite 2 finden Sie die Lösungen zu den Aufgaben.
Als Voraussetzung zur Bearbeitung dieser Aufgaben müssen Sie die Themen **lineare Funktionen und Gleichungen**, **quadratische Funktionen und Gleichungen** sowie **lineare Gleichungssysteme** beherrschen. Auf Seite 2 dieses Dokuments finden Sie hierzu Hinweise auf die entsprechenden Arbeitsblätter.

I [Lineare Gleichung] **Eine Gerade verläuft durch die Punkte $P(-1|2)$ und $Q(3|14)$. Berechnen Sie Geradengleichung $f_1(x)$ mit eingesetzten Werten**.

II [Lineare Gleichung] **Eine Gerade besitzt die Nullstelle $x_0 = -2$ und den y-Achsenabschnitt $y_0 = 8$. Berechnen Sie Geradengleichung $f_2(x)$ mit eingesetzten Werten**.

III [Quadratische Gleichung] **Eine Parabel verläuft durch die Punkte $P(-1|7)$, $Q(0|1)$ und $R(4|17)$. Berechnen Sie Parabelgleichung $f_3(x)$ mit eingesetzten Werten**.

IV [Quadratische Gleichung] **Eine Parabel verläuft durch die Punkte $P(-1|-1)$, $Q(2|5)$ und $R(4|-11)$. Berechnen Sie Parabelgleichung $f_4(x)$ mit eingesetzten Werten**.

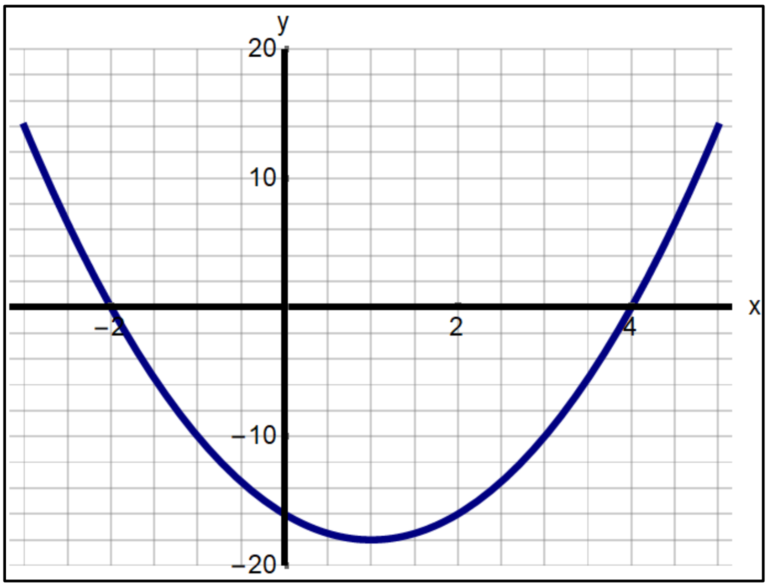
V [Quadratische Gleichung] **Eine Parabel hat einen Scheitelpunkt $S(1|5)$ und verläuft zusätzlich durch den Punkt $P(0|2)$. Berechnen Sie Parabelgleichung $f_5(x)$ mit eingesetzten Werten.**

VI [Quadratische Gleichung] **Eine zur y-Achse symmetrische Parabel besitzt eine Nullstelle bei $x_1 = 2$ und den y-Achsenabschnitt bei $y_0 = 2$. Berechnen Sie Parabelgleichung $f_6(x)$ mit eingesetzten Werten.**

VII [Quadratische Gleichung] **Der Graph einer Funktion f_7 besitzt an der Stelle $x_1 = 2$ eine doppelte Nullstelle und am der Stelle x=0 den Wert y=8. Berechnen Sie Parabelgleichung $f_7(x)$ mit eingesetzten Werten.**

VIII [Quadratische Gleichung] **Der Graph einer Funktion f_8 ist achsensymmetrisch zur y-Achse, verläuft durch den Punkt P(2|-5) und kreuzt die y-Achse bei y = 3. Berechnen Sie Parabelgleichung $f_8(x)$ mit eingesetzten Werten.**

IX [Quadratische Gleichung] **Das rechts abgebildete Diagramm zeigt den Graphen G_{f_9} einer quadratischen Funktion f_9. Bestimmen Sie geeignete Puntke des Graphen und ermitteln Sie mit deren Hilfe rfecherisch die Parabelgleichung $f_9(x)$ mit eingesetzten Werten.**



Hinweise

Lineare Gleichungen	$g(x) = m\,x + t$ $g(x) = m\,(x - x_P) + y_P$	Allgemeine Form Punkt-Steigungs-Form	**Arbeitsblatt 0-07**
Quadratische Gleichungen	$f(x) = ax^2 + bx + c$ $f(x) = a(x - x_S)^2 + y_S$ $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$	Allgemeine Form Scheitelform Linearfaktorform	**Arbeitsblatt 0-08**
Lineare Gleichungssysteme			**Arbeitsblatt 0-12**

Siehe auch Merkhilfe, S. 1

Lösungen

I

Aufgaben zu linearen Gleichungen und Geradenfunktionen siehe Arbeitsblatt 0-07

Punkt-Steigungs-Form:

$P(-1|2)$ und $Q(3|14)$

$f_1(x) = m\,(x - x_P) + y_P$

$$\left.\begin{array}{l}\Delta x = 3 - (-1) = 4\\ \Delta y = 14 - 2 = 12\end{array}\right\} \rightarrow$$

$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{12}{4} = 3 \rightarrow$

$f_1(x) = 3(x + 1) + 2 = 3x + 5$

Allgemeine Form:

$P(-1|2)$ und $Q(3|14)$

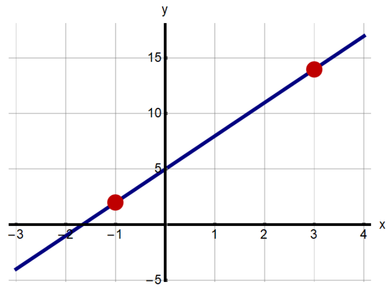
$f_1(x) = m\,x + t$

$$\left.\begin{array}{l}f_1(-1) = -m + t = 2\\ f_1(\ \ 3) = 3\,m + t = 14\end{array}\right\} \rightarrow$$

$m = 3$ und $t = 5 \rightarrow$

$f_1(x) = 3x + 5$

Zum Lösen von linearen Gleichungssystemen siehe Arbeitsblatt 0-12



II

Punkt-Steigungs-Form:

$x_0 = -2$ und $y_0 = 8$

$X0(-2|0)$ und $Y0(0|8)$

$f_2(x) = m\,(x - x_P) + y_P$

$$\left.\begin{array}{l}\Delta x = 0 - (-2) = 2\\ \Delta y = 8 - 0 = 8\end{array}\right\} \rightarrow$$

$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{8}{2} = 4 \rightarrow$

$f_2(x) = 4\,(x + 2) + 0 = 4x + 8$

Allgemeine Form:

$x_0 = -2$ und $y_0 = 8$

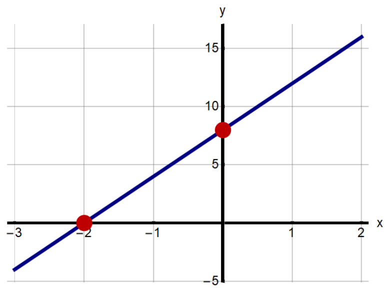
$X0(-2|0)$ und $Y0(0|8)$

$f_2(x) = m\,x + t$

$$\left.\begin{array}{l}f_2(-2) = -2m + t = 0\\ f_2(\ \ 0) = \qquad\ \ t = 8\end{array}\right\} \rightarrow$$

$m = 4$ und $t = 8 \rightarrow$

$f_2(x) = 4x + 8$



III

Allgemeine Form

$P(-1|7)$, $Q(0|1)$ und $R(4|17)$

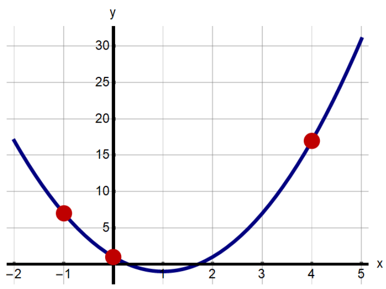
$f_3(\ x) = ax^2 + bx + c$

$$\left.\begin{array}{l}f_3(-1) = a - b + c = 7\\ f_3(\ \ 0) = c = 1\\ f_3(\ \ 4) = 16a + 4b + c = 17\end{array}\right\} \rightarrow$$

$a = 2, b = -4,\ c = 1 \rightarrow$

$f_3(x) = 2x^2 - 4x + 1$

Aufgaben zu quadratischen Gleichungen und Parabelfunktionen siehe Arbeitsblatt 0-08



IV

Allgemeine Form

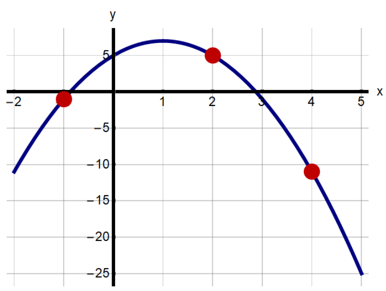
$P(-1|-1)$, $Q(2|5)$ und $R(4|-11)$

$f_4(\ x) = ax^2 + bx + c$

$$\left.\begin{array}{l}f_4(-1) = a - b + c = -1\\ f_4(\ \ 2) = 4a + 2b + c = 5\\ f_4(\ \ 4) = 16a + 4b + c = -11\end{array}\right\} \rightarrow$$

$a = -2,\ b = 4,\ c = 5 \rightarrow$

$f_4(x) = -2x^2 + 4x + 5$



V

Scheitelform

$S(1|5)$ und $P(0|2)$

$\boldsymbol{f_5(x) = a(x-x_S)^2 + y_S}$

$\boldsymbol{x_S = 1}$ und $\boldsymbol{y_S = 5}$ $\rightarrow$

$f_5(x) = a(x-1)^2 + 5$

$f_5(0) = a(-1)^2 + 5$

$= a + 5 = 2 \rightarrow \ a = 3$ $\rightarrow$

$\boldsymbol{f_5(x) = -3(x-1)^2 + 5}$

$\boldsymbol{= -3x^2 + 6x + 2}$

Allgemeine Form

$S(1|5)$ und $P(0|2)$

$\boldsymbol{f_5(x) = ax^2 + bx + c}$

$\left.\begin{array}{l} f_5(1) = \boldsymbol{a + b + c = 5} \\ f_5(0) = \boldsymbol{c = 2} \end{array}\right\}$

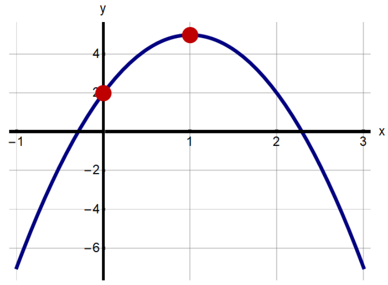
Scheitelstelle bei $x_S = -\frac{b}{2a}$

(Merkhilfe) $\rightarrow$

$-\frac{b}{2a} = 1 \rightarrow \ \boldsymbol{2a + b = 0}$ $\rightarrow$

$a = -3, \quad b = 6, \quad c = 2$ $\rightarrow$

$\boldsymbol{f_5(x) = -3x^2 + 6x + 2}$



VI

Scheitelform

$S(1|5)$ und $P(0|2)$

$\boldsymbol{f_5(x) = a(x-x_S)^2 + y_S}$

$\boldsymbol{x_S = 1}$ und $\boldsymbol{y_S = 5}$ $\rightarrow$

$f_5(x) = a(x-1)^2 + 5$

$f_5(0) = a(-1)^2 + 5$

$= a + 5 = 2 \rightarrow \ a = 3$ $\rightarrow$

$\boldsymbol{f_5(x) = -3(x-1)^2 + 5}$

$\boldsymbol{= -3x^2 + 6x + 2}$

Allgemeine Form

$f_1(1|5)$ und $P(0|2)$

$f_5(x) = ax^2 + bx + c$

G_{f_5} achsenymmtrisch $\rightarrow$ b = 0 $\rightarrow$

$\boldsymbol{f_5(x) = ax^2 + c}$

$\left.\begin{array}{l} f_5(1) = \boldsymbol{a + b + c = 5} \\ f_5(0) = \boldsymbol{c = 2} \end{array}\right\}$ $\rightarrow$

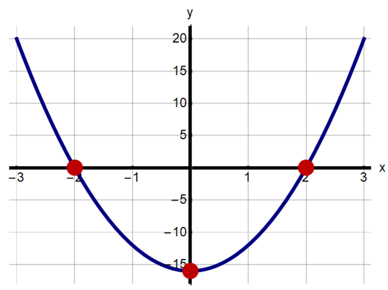
Scheitelstelle bei $x_S = -\frac{b}{2a}$

(Merkhilfe – „Mitternachtsformel“) $\rightarrow$

$-\frac{b}{2a} = 1 \rightarrow \ \boldsymbol{2a + b = 0}$ $\rightarrow$

$a = -3, \quad b = 6, \quad c = 2$ $\rightarrow$

$\boldsymbol{f_5(x) = -3x^2 + 6x + 2}$



VII

Scheitelform

$\mathbf{X0}(2|0)$ und $\mathbf{Y0}(0|8)$

$\boldsymbol{f_7(x) = a(x-x_S)^2 + y_S}$

$\boldsymbol{x_S = 2}$ und $\boldsymbol{y_S = 0}$ $\rightarrow$

$f_5(x) = a(x-2)^2 + 0$

$f_7(0) = a(-2)^2 \ = 4\,a = 8$ $\rightarrow$

$a = 2$ $\rightarrow$

$\boldsymbol{f_5(x) = 2(x-2)^2}$

$\boldsymbol{= 2x^2 - 8x + 8}$

Linearfaktorform

$\mathbf{X0}(2|0)$ und $\mathbf{Y0}(0|8)$

$\boldsymbol{f_7(x) = a(x-x_1)(x-x_2)}$

$\boldsymbol{x_1 = x_2 = 2}$ $\rightarrow$

$f_7(x) = a(x-2)^2$

$f_7(0) = a(-2)^2$

$= 4\,a = 8 \rightarrow a = 2$ $\rightarrow$

$\boldsymbol{f_5(x) = 2(x-2)^2}$

$\boldsymbol{= 2x^2 - 8x + 8}$

Allgemeine Form

$\mathbf{X0}(2|0)$ und $\mathbf{Y0}(0|8)$

$\boldsymbol{f_7(x) = ax^2 + bx + c}$

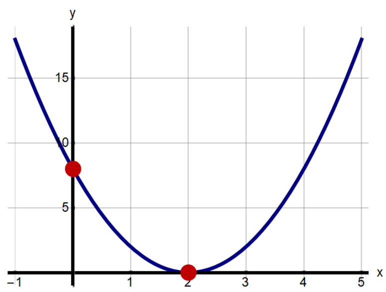
$\left.\begin{array}{l} f_7(2) = \boldsymbol{4a + 2b + c = 0} \\ f_7(0) = \boldsymbol{c = 8} \end{array}\right\}$ $\rightarrow$

Scheitelstelle bei $x_S = -\frac{b}{2a}$ $\rightarrow$

$-\frac{b}{2a} = 2 \rightarrow \ \boldsymbol{2a + b = 0}$ $\rightarrow$

$a = 2, \quad b = -8, \quad c = 8$ $\rightarrow$

$\boldsymbol{f_7(x) = 2x^2 - 8x + 8}$



VIII

Scheitelform

$P(2|-5)$, $Q(2-|-5)$, $Y0(0|3)$

$f_5(x) = a(x - x_S)^2 + y_S$

$x_S = 0$ und $y_S = 23$ $\rightarrow$

$f_8(x) = a\,x^2 + 3$

$f_8(2) = a(2)^2 + 5$

$= 4a + 3 = -5 \rightarrow a = -2$ $\rightarrow$

$f_8(x) = -2x^2 + 3$

Allgemeine Form

$P(2|-5)$, $Q(2-|-5)$, $Y0(0|3)$

$f_8(x) = ax^2 + bx + c$

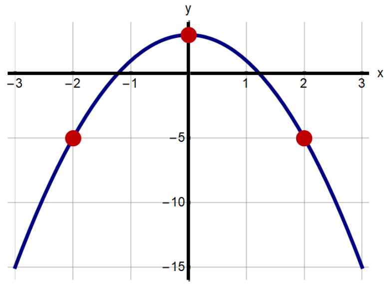
G_{f_8} achsenymmtrisch $\rightarrow$ $\mathbf{b = 0}$ $\rightarrow$

$f_8(x) = ax^2 + c$

$\left.\begin{array}{l} f_8(2) = 4a + c = -5 \\ f_8(0) = \qquad c = 3 \end{array}\right\} \rightarrow$

$a = -2,\quad b = 0,\quad c = 3$ $\rightarrow$

$f_8(x) = -2x^2 + 3$



Linearfaktorform

$P(2|-5)$, $Q(2-|-5)$, $Y0(0|3)$

$f_8(x) = ax^2 + bx + c$

G_{f_8} um -5 nach **oben** verschoben ergibt G_{g_8} $\rightarrow$

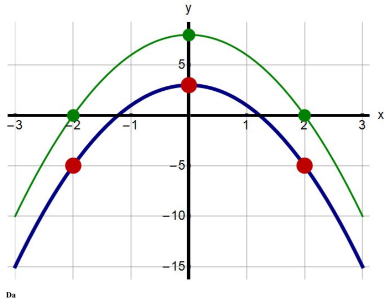
$g_8(x) = f_8(x) + 5 = a(x - x_1)(x + x_2) = a(x^2 - 2^2)$ Linearfaktorform

$g_8(0) = a(-4) = 3 + 5 = 8$ $\rightarrow a = -2$ $\rightarrow$

$g_8(x) = -2(x^2 - 2^2)$

G_{g_8} um 5 nach **unten** verschoben ergibt wieder G_{f_8} $\rightarrow$

$f_8(x) = g_8(x) - 5$; $f_8(x) = -2(x^2 - 4) - 5 = -2x^2 + 3$



IX

Allgemeine Form – 1

Drei beliebige Punkte (hier: ●) auswählen:
$P(-3|14)$, $Q(-1|-10)$, $R(2|-16)$

$f_9(x) = ax^2 + bx + c$

$\left.\begin{array}{l} f_9(-3) = 9a - 3b + c = 14 \\ f_9(-1) = a - b + c = -10 \\ f_9(2) = 4a + 2b + c = -16 \end{array}\right\} \rightarrow$

$a = 2,\quad b = -4,\quad c = -16$ $\rightarrow$

$f_9(x) = 2x^2 - 4x - 16$

Linearfaktorform

Beide Nullstellen auswählen (●)
$X1(-2|0)$, $X2(4|0)$

Beliebigen weiteren Punkt auswählen:
$T(3|-10)$

$f_9(x) = a(x - x_1)(x - x_2) =$

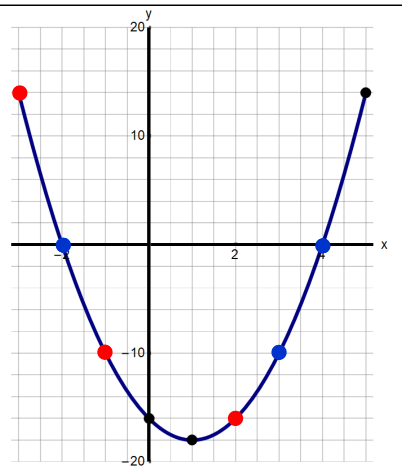
$a(x + 2)(x - 4)$

$f_9(3) = a(3 + 2)(3 - 4) = -10$

$a = 2$ $\rightarrow$

$f_9(x) = 2(x + 2)(x - 4)$

$= 2x^2 - 4x - 16$



Scheitelform

Scheitelpunkt auswählen (●)
$S(1|-18)$

Beliebigen weiteren Punkt auswählen:
$U(5|-14)$

$f_9(x) = a(x - x_S)^2 + y_S$

$= a(x - 1)^2 - 18$

$f_9(5) = a(5 - 1)^2 - 18 = 14$ $\rightarrow$

$a = 2$

$f_9(x) = a(x - 1)^2 - 18$

$= 2x^2 - 4x - 16$

Allgemeine Form – 2

3 „besondere“ Punkte (●) auswählen:
$X1(-2|0)$, $X2(4|0)$, $Y0(0|-16)$

$f_9(x) = ax^2 + bx + c$

$f_9(0) = \qquad c = -16$

$\left.\begin{array}{l} f_9(-2) = 4a - 2b = 16 \\ f_9(4) = 16a + 4b = 16 \end{array}\right\} \rightarrow$

$b = -4,\quad c = -16$ $\rightarrow$

$f_9(x) = 2x^2 - 4x - 16$