0-05 Rechnen mit physikalischen Größen

Dieses Arbeitsblatt ist nur von Schülern aus dem technischen Zweig zu bearbeiten

Bei der mathematischen Behandlung physikalischer Aufgaben treten zwei Arten von Symbolen auf: Das **Größen-** und das **Einheitensymbol** (siehe Seite 3). Die korrekte mathematische Behandlung solcher physikalischer Aufgaben setzt voraus, dass der physikalische Hintergrund verstanden wird und das man die beiden Arten von Symbolen (Größe und Einheit) nicht verwechselt.

Aufgaben

Die folgenden Aufgaben sind in Blöcke aufgeteilt. Bearbeiten Sie **alle** Aufgaben dieses Arbeitsblattes. Auf Seite 4 finden Sie die Lösungen zu den Aufgaben. Fachliche Hilfe finden Sie auf Seite 3.

I

[Rechnen mit physikalischen Einheiten] Unter dem Stichwort „Einheitenberechnung“ finden Sie in Wikipedia den rechts wiedergegebenen Absatz.

Lesen Sie diesen Text durch. Ermitteln Sie anschließend für die jeweils angegebenen physikalischen Größeneinheiten die Parameter α, β, γ, δ, ∈, ζ und η:

(Wikipedia, 10.08.2023→)

^ Grundlagen

Jeder spezielle Wert einer physikalischen Größe (Größenwert) wird als Produkt aus einem Zahlenwert und einer Einheit angegeben. Dazu lässt sich für jede Größe eine Basiseinheit oder eine kohärente abgeleitete Einheit angeben. Diese ist im internationalen Einheitensystem (SI) ein Produkt aller sieben Basiseinheiten des Einheitensystems in je einer eigenen Potenz. Wird die Einheit einer Größe Q mit eckigen Klammern um das Größenzeichen gekennzeichnet, so gilt allgemein für jede abgeleitete Einheit

$$[Q] = \xi \cdot \mathrm{m}^{\alpha} \cdot \mathrm{kg}^{\beta} \cdot \mathrm{s}^{\gamma} \cdot \mathrm{A}^{\delta} \cdot \mathrm{K}^{\epsilon} \cdot \mathrm{mol}^{\zeta} \cdot \mathrm{cd}^{\eta}$$

Darin ist ξ ein Zahlenfaktor; für die hier fast ausschließlich behandelten kohärenten Einheiten ist $\xi = 1$. Die Exponenten α bis η sind im Allgemeinen ganze Zahlen. In anderen Einheitensystemen (und selten im SI) können auch rationale Zahlen als Exponenten auftreten. Die Exponenten können null sein, wenn die dazugehörigen Basiseinheiten in der abgeleiteten Einheit nicht vorkommen.

		[s] = m	[m] = kg	[t] = s	[I] = A	[T] = K	mol / cd
01) Geschwindigkeit $v = \frac{s}{t}$: $[v] = 1\,\frac{m}{s}$	$\xi = 1$	α = 1	β = 0	γ = –1	δ = 0	∈ = 0	η = ζ = 0
02) Beschleunigung $a = \frac{v}{t}$: $[a] = 1\,\frac{m}{s^2}$	$\xi = 1$	α =	β =	γ =	δ =	∈ =	η = ζ = 0
03) Kraft F = m·a : $[F] = 1\ \mathrm{N} = 1\ \mathrm{kg}\,\frac{m}{s^2}$	$\xi = 1$	α =	β =	γ =	δ =	∈ =	η = ζ = 0
04) Arbeit W = F·s : $[W] = 1\ \mathrm{J} = 1\ \mathrm{kg}\,\frac{m^2}{s^2}$	$\xi = 1$	α =	β =	γ =	δ =	∈ =	η = ζ = 0
05) Leistung $P = \frac{W}{t}$: $[P] = 1\ \mathrm{W} = 1\,\frac{\mathrm{kg}\,m^2}{s^3}$	$\xi = 1$	α =	β =	γ =	δ =	∈ =	η = ζ = 0
06) Spannung $U = \frac{P}{I}$: $[U] = 1\ \mathrm{V} = 1\,\frac{\mathrm{kg}\,m^2}{A\,s^3}$	$\xi = 1$	α =	β =	γ =	δ =	∈ =	η = ζ = 0
07) Spezifische Wärmekapazität $c = \frac{Q}{m\,T}$: $[c] = 1\,\frac{m^2}{K\,s^2}$	$\xi = 1$	α =	β =	γ =	δ =	∈ =	η = ζ = 0
		[s] = m	[m] = kg	[t] = s	[I] =A	[T] = K	mol / cd

II

[Rechnen mit physikalischen **Einheiten**] **Berechnen Sie in den folgenden Aufgaben den Wert und die physikalische Einheit von y in SI-Basiseinheiten und ersetzen Sie – soweit Ihnen bekannt – Kombinationen von SI-Basiseinheiten durch eine geeignete zusammengesetzte SI-Einheit:**

08) $y = 3{,}0\ \frac{m}{s^2} \cdot 3{,}3\ s =$

09) $y = \frac{1}{2} \cdot 9{,}81\ \frac{m}{s^2} \cdot (2{,}50)^2 =$

10) $y = 3.0\ \text{kg} \cdot (2{,}0 \cdot 10^7\ \frac{m}{s})^2 =$

11) $y = \frac{3.0\ m}{1{,}0\ \frac{m}{s} + 7{,}2\frac{m}{s^2} \cdot 3.0\ s} =$

12) $y = 3{,}0\ \frac{\text{kg}\ m}{s^2 \cdot m^2} \cdot 2{,}7 m^2 =$

13) $y = 50{,}0\ \text{kg} \cdot 9{,}81\ \frac{m}{s^2} \cdot 2{,}70\ m =$

14) $y = 5{,}0\ N \cdot 2{,}8\ s = 5{,}0\ \frac{\text{kg}\ m}{s^2} \cdot 2{,}8\ s =$

III

[Rechnen mit physikalischen **Größen**] **Lösen Sie die folgenden allgemeinen Gleichungen nach der gesuchten Variablen auf:**

15) $T = \sqrt{\frac{m}{D}}$ $\rightarrow D =$

16) $G \frac{m_E\, m_P}{{r_E}^2} = g\, m_P$ $\rightarrow g =$

17) $x_0 + v_0\, t - \frac{1}{2} a\, t^2 = 0$ $\rightarrow t_{1,2} =$

IV

[Rechnen mit physikalischen **Größen**] **Lösen Sie die folgenden Gleichungen nach der gesuchten Variablen auf. Achten Sie auf eine korrekte Mitführung der physikalischen Einheiten:**

18) $3{,}0\ \frac{m}{s} t = 20{,}0 m - 2.0\ \frac{m}{s} t$ $\rightarrow t =$

19) $3{,}0\ \frac{m}{s}\ t + \frac{1}{2} 2{,}0\ \frac{m}{s^2}\ t^2 = 20{,}0\ m + 2{,}0\ \frac{m}{s}\ t \rightarrow t_1 =$ und $t_2 =$

V

[Rechnen mit physikalischen **Einheiten und Größen**] **Lösen Sie folgende Gleichungen nach der in der Gleichung auftretenden einzigen Unbekannten auf. Achten Sie auf eine korrekte Mitführung der physikalischen Einheiten:**

20) $\frac{S}{10\ s} \cdot 20\ s = 100\ m$ $\rightarrow$ s =

21) $50\ J = 50 \frac{\text{kg}\ m^2}{s^2} = \frac{1}{2} m\ (5.0\ \frac{m}{s})^2$ $\rightarrow$ m =

VI

[Einheitenkontrollen] **Zeigen Sie, dass bei den folgenden Gleichungen die physikalischen Einheiten auf beiden Seiten gleich sind:**

22) $s = \frac{1}{2}\ a\ t^2$

23) $m\ g\ h = \frac{1}{2}\ m\ v^2$

24) $W = \frac{1}{2}\ D\ s^2$

25) $F\ v = \eta\ U\ I$

s:	Strecke	a:	Beschleunigung
m:	Masse	g:	Ortsfaktor
h:	Höhe	v:	Geschwindigkeit
F =	m·a:Kraft	U:	Spannung
η:	Wirkungsgrad	I:	Stromstärke
W = F·s:	Arbeit	$D = \frac{F}{s}$:	Federhärte

Hinweise zum Rechnen mit physikalischen Größen

SI-Basiseinheiten

Hinweis: Gelegentlich werden auch andere Größensymbole verwendet**.** So steht oft anstelle des Symboles ℓ für die Länge ein s für eine Strecke.

Achtung: Einige Buchstaben stehen für unterschiedliche Symbole (z.B. **m** sowohl die **Größe Masse** als auch für die **Einheit Meter**)

Größe		Einheit	
Name	**Symbol**	**Name**	**Symbol**
Länge	ℓ	Meter	m
Zeit	t	Sekunde	s
Masse	m	Kilogramm	kg
Stromstärke	I	Ampere	A
Temperatur	T	Kelvin	K
…	…	…	…

Zusammengesetzte SI-Einheiten

Größe		Einheit	
Name	**Symbol**	**Name**	**Symbol**
Geschwindigkeit	v = s/t		
Beschleunigung	a = v/t		
Kraft	F = m a	Newton	N
Arbeit	W = F s	Joule	J
…	…	…	…

Physikalische Größen, Größen- und Einheitensymbole

Eine physikalische Größe (z.B. die Länge ℓ) besteht in der Regel aus einer Zahl (**Wert**) und einer (physikalischen) **Einheit**.

Beispiel: $\ell = 5{,}0\ \mathrm{m}$ $\{\ell\}=5{,}0$ $[\ell] = (1)\ \mathrm{m}$

$$\ell = \{\ell\} \cdot [\ell]$$

Präfixe in der Physik

Um in der Physik sehr hohe oder sehr niedrige Werte besser darstellenn zu können, werden in der Physik häufig SI-Präfixe eingesetzt. Beispiele:

1000 m = 1,0 $\cdot 10^3$ m = 1,0 **k**m

10^3	Kilo	**k**
10^6	Mega	M
10^9	Giga	G

0,001 m = 1,0 $\cdot$ 10^{-3} m = 1,0 **m**m

10^{-3}	Milli	**m**
10^{-6}	Mikro	µ
10^{-9}	Nano	n

Eine Ausnahme ist das Kilogram (kg) – es enthält bereits das Präfix Kilo (k). 1000 kg werden daher abweichend von der sonst gültigen Regelung weder als kkg (Kilo-Kilogramm) noch als Mg (Megagramm) bezeichnet, sondern als $1\cdot 10^3$ kg = 1 t (Tonne).

Naturkonstanten in der Physik

In der Physik spielen Naturkonstanten eine wichtige Rolle.

Lichtgeschwindigkeit:

$c = 2{,}99792458\cdot 10^8\ \frac{m}{s}$

Elementarladung:

$e = 1{,}602176\cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}$

Ortsfaktor

$g = 9{,}81\ \frac{m}{s^2}$ Dieser Wert gilt nur Für Mitteleuropa !

Achtung: Verwechseln Sie das e für die Elementarladung nicht mit e = 2,71828··· als Basis für den natürlichen Logarithmus.

Mitführen physikalischer Einheiten

Bei physikalischen Berechnungen müssen Sie die Einheiten immer mitführen. Beispiel rechts:

$x = v \cdot t = 10\ \frac{m}{s} \cdot 2{,}5\ s = 25\ m$	**richtig**
$x = v \cdot t = 10 \cdot 2{,}5 = 25\ m$	**falsch**

Physikalische Größen ohne Einheiten: Zahlen

Es gibt in der Pysik auch Größen, die keine physikalische Einheit besitzen. Solche Größen nennt man „**Zahlen**“. Beispiele:

Reibungszahl

$$\mu = \frac{F_R}{F_N}$$

Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}}$$

Dielektritizitätzahl

$$\in = \frac{E_{materie}}{E_{Vakuum}}$$

Lösungen

I

		[s] = m	[m] = kg	[t] = s	[I] = A	[T] = K
01)	$[v] = 1\,\frac{m}{s}$	α = 1	β = 0	γ = –1	δ = 0	∈ = 0
02)	$[a] = 1\,\frac{m}{s^2}$	α = 1	β = 0	γ = –2	δ = 0	∈ = 0
03)	$[F] = 1\,kg\,\frac{m}{s^2}$	α = 1	β = 1	γ = –2	δ = 0	∈ = 0
04)	$[\mathrm{W}] = 1\,\mathrm{kg}\,\frac{m^2}{s^2}$	α = 2	β = 1	γ = –2	δ = 0	∈ = 0
05)	$[\mathrm{P}] = 1\,\frac{\mathrm{kg}\,m^2}{s^3}$	α = 2	β = 1	γ = –3	δ = 0	∈ = 0
06)	$[\mathrm{U}] = 1\,\frac{\mathrm{kg}\,m^2}{A\,s^3}$	α = 2	β = 1	γ = –3	δ = –1	∈ = 0
07)	$[\mathrm{c}] = 1\,\frac{m^2}{K\,s^2}$	α = 2	β = 0	γ = –2	δ = 0	∈ = –1

II

08) $y = 3{,}0\,\frac{m}{s^2} \cdot 3{,}3\,s = \mathbf{9{,}9\,\frac{m}{s}}$

09) $y = \frac{1}{2} \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot (2{,}50)^2 = \mathbf{30{,}7\,m}$

10) $y = 3.0\,\mathrm{kg} \cdot (2{,}0 \cdot 10^7\,\frac{m}{s})^2 = 1{,}2 \cdot 10^{15}\,\frac{\mathrm{kg}\,m^2}{s^2} = \mathbf{1{,}2 \cdot 10^{15}\,J}$

11) $y = \frac{3.0\,m}{1{,}0\,\frac{m}{s} + 7{,}2\,\frac{m}{s^2} \cdot 3.0\,s} = \mathbf{0{,}13\,s}$

12) $y = 3{,}0\,\frac{\mathrm{kg}\,m}{s^2 \cdot m^2} \cdot 2{,}7 m^2 = 8{,}1\,\frac{\mathrm{kg}\,m}{s^2} = \mathbf{8{,}1\,N}$

13) $y = 50{,}0\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot 2{,}70\,m = 132\,\frac{\mathrm{kg}\,m^2}{s^2} = \mathbf{132\,J}$

14) $y = 5{,}0\,N \cdot 2{,}8\,s = 5{,}0\,\frac{\mathrm{kg}\,m}{s^2} \cdot 2{,}8\,s = \mathbf{14\,\frac{kg\,m}{s}}$

III

15) $T = \sqrt{\frac{m}{D}} \quad \rightarrow D = \mathbf{\frac{m}{T^2}}$

16) $G\,\frac{m_E\,m_P}{{r_E}^2} = g\,m_P \quad \rightarrow g = \mathbf{\frac{G\,m_E}{{r_E}^2}}$

17) $x_0 + v_0\,t - \frac{1}{2} a\,t^2 = 0 \quad \rightarrow t_{1,2} = \mathbf{\frac{v_0 \pm \sqrt{{v_0}^2 + 2\,a\,x_0}}{a}}$

IV

18) $3{,}0\,\frac{m}{s} t = 20{,}0 m - 2.0\,\frac{m}{s} t \quad \rightarrow t = \mathbf{4{,}0\,s}$

19) $3{,}0\,\frac{m}{s}\,t + \frac{1}{2} 2{,}0\,\frac{m}{s^2}\,t^2 = 20{,}0\,m + 2{,}0\,\frac{m}{s}\,t \rightarrow t_1 = \mathbf{-5{,}0\,s}$ und $t_2 = \mathbf{4{,}0\,s}$

V

20) $\frac{s}{10\,s} * 20\,s = 100\,m \quad \rightarrow \mathbf{s = 50\,m}$

21) $50\,J = 50\,\frac{\mathrm{kg}\,m^2}{s^2} = \frac{1}{2} m\,(5.0\,\frac{m}{s})^2 \quad \rightarrow \mathbf{m = 4.0\,kg}$

VI

22)	$s = \frac{1}{2}\,a\,t^2$	$[s] = \mathbf{1\,m}$	$[\frac{1}{2}\,\mathbf{a\,t^2}] = 1\frac{m}{s^2}\,s^2 = \mathbf{1\,m}$
23)	$m\,g\,h = \frac{1}{2}\,m\,v^2$	$[\mathbf{m\,g\,h}] = 1\,\mathbf{kg}\,\frac{m}{s^2}\,\mathbf{m} = \mathbf{1\,kg\,\frac{m^2}{s^2}}$	$\left[\frac{1}{2}\,\mathbf{m\,v^2}\right] = \mathbf{1\,kg\,\frac{m^2}{s^2}}$
24)	$W = \frac{1}{2}\,D\,s^2$	$[\mathrm{W}] = \mathbf{N\,m}$	$[\frac{1}{2}\,\mathbf{D\,s^2}] = 1\,\frac{N}{\mathrm{m}}\,\mathbf{m^2} = \mathbf{N\,m}$
25)	$F\,v = \eta\,U\,I$	$[\mathbf{F\,v}] = 1\,\mathbf{kg}\,\frac{m}{s^2}\,\frac{m}{s} = \mathbf{1\,kg\,\frac{m^2}{s^3}}$	$[\eta\,\mathbf{U\,I}] = 1\,\mathbf{W} = 1\,\frac{J}{s} = 1\,\frac{kg\,\frac{m^2}{s^3}}{\mathrm{s}} = \mathbf{1\,kg\,\frac{m^2}{s^3}}$